

## Matematizzazione e modellizzazione

### Punto 4 Problema Ordinamento 2011

Il profitto di una azienda, in milioni di euro, è stato rappresentato nella tabella sottostante designando con  $x_i$  l'anno di osservazione e con  $y_i$  il corrispondente profitto.

Anno	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$y_i$	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65

Si cerca una funzione che spieghi il fenomeno dell'andamento del profitto giudicando accettabile una funzione  $g$  definita su  $R^+$  se per ciascun  $x_i$ , oggetto dell'osservazione, si ha:  $|g(x_i) - y_i| \leq 10^{-1}$ . Si verifichi, con l'aiuto di una calcolatrice, che è accettabile la funzione  $f$  del punto 2  $\left[ f(x) = (x-1)e^{-\frac{x}{3}} + 3 \right]$  e si dica, giustificando la risposta, se è vero che, in tal caso, l'evoluzione del fenomeno non potrà portare a profitti inferiori ai 3 milioni di euro.

2013

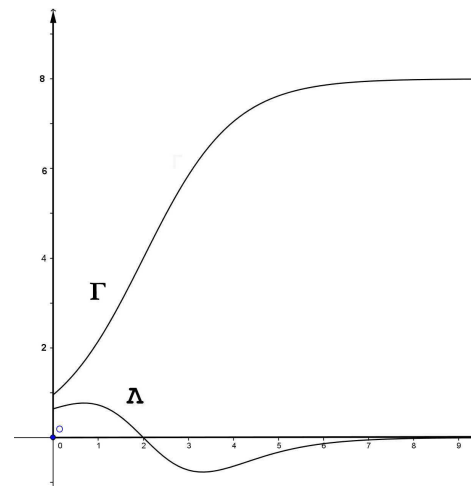
### PROBLEMA 1 P.N.I.

Una funzione  $f(x)$  è definita e derivabile, insieme alle sue derivate prima e seconda, in  $[0, +\infty)$  e nella figura sono disegnati i grafici  $\Gamma$  e  $\Lambda$  di  $f(x)$  e della sua derivata seconda  $f''(x)$ . La tangente a  $\Gamma$  nel suo punto di flesso, di coordinate  $(2; 4)$ , passa per  $(0; 0)$ , mentre le rette  $y = 8$  e  $y = 0$  sono asintoti orizzontali per  $\Gamma$  e  $\Lambda$ , rispettivamente.

1) Si dimostri che la funzione  $f'(x)$ , ovvero la derivata prima di  $f(x)$ , ha un massimo e se ne determinino le coordinate. Sapendo che per ogni  $x$  del dominio è:  $f''(x) \leq f'(x) \leq f(x)$ , qual è un possibile andamento di  $f'(x)$ ?

2) Si supponga che  $f(x)$  costituisca, ovviamente in opportune unità di misura, il modello di crescita di un certo tipo di popolazione. Quali informazioni sulla sua evoluzione si possono dedurre dai grafici in figura e in particolare dal fatto che  $\Gamma$  presenta un asintoto orizzontale e un punto di flesso?

.....



### Quesito 5 ordinamento

In un libro si legge: "Due valigie della stessa forma sembrano "quasi uguali", quanto a capacità, quando differiscono di poco le dimensioni lineari: non sembra che in genere le persone si rendano ben conto che ad un aumento delle dimensioni lineari (lunghezza, larghezza, altezza) del 10% (oppure del 20% o del 25%) corrispondono aumenti di capacità (volume) di circa 33% (oppure 75% o 100% : raddoppio)". È così? Si motivi esaurientemente la risposta.

### Quesito 6 P.N.I. - ordinamento

Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare  $7! = 5040$  numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1234567 e 3546712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la settima posizione e quale quello che occupa la 721-esima posizione?

## Trombetti: «Compito articolato ma intelligente e ingegnoso»

### Il matematico

L'ex Rettore dell'Ateneo:  
«Il quesito n. 6 ha stuzzicato la fantasia: io avrei messo 10»

Guido Trombetti, accademico e politico. Attualmente è vicepresidente della giunta regionale campana, e prima ancora docente di matematica e Rettore dell'Ateneo napoletano. «Dico subito la verità: il compito di matematica l'ho trovato pesante, molto articolato, con diversi quesiti».

**A suo avviso, allora, è stata una prova più difficile dell'anno scorso per i licei scientifici?**

«Le difficoltà sono sempre relative.

Il compito della seconda prova agli esami di Maturità ha riguardato studi di funzione, grafici, geometria, insomma conoscenze di base, che chi ha studiato, sa bene interpretare».

**Allora, dove ha riscontrato dei punti molto critici?**

«Premesso che un complimento va a chi ha preparato il testo del problema, devo dire che nel complesso questa prova si è rivelata molto ingegnosa, a differenza del passato».

**Più precisamente?**

«Basta vedere al n. 6 del questionario: la richiesta ha stuzzicato molto l'intelligenza, la fantasia e la vivacità dei candidati. A uno studente che avesse fatto solo questo quesito, io gli avrei messo dieci».

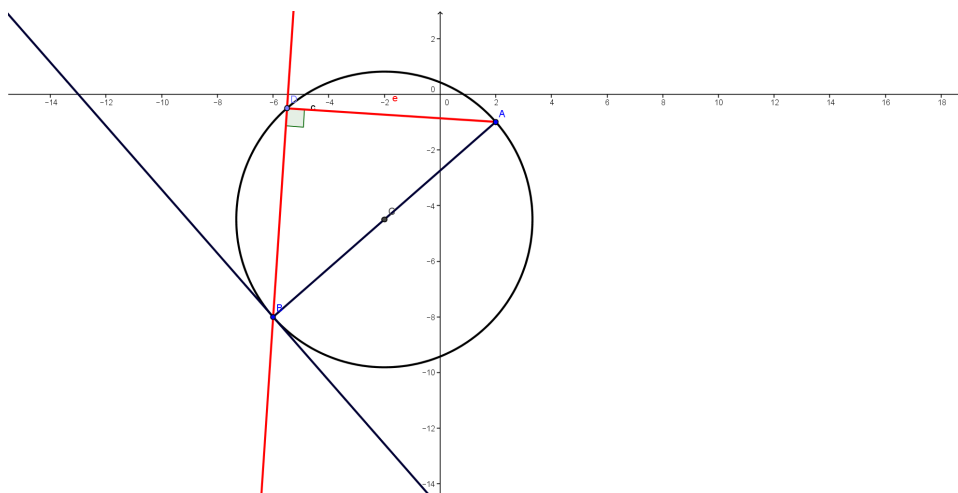
tu. des.

© RIPRODUZIONE RISERVATA

### Un problema di ottimizzazione

2013 quesito 3 - Ordinamento e P.N.I.

Si considerino nel piano cartesiano, i punti  $A(2; -1)$  e  $B(-6; -8)$ . Si determini l'equazione della retta passante per  $B$  e avente distanza massima da  $A$ .



2014

problema 2 ordinamento - P.N.I.

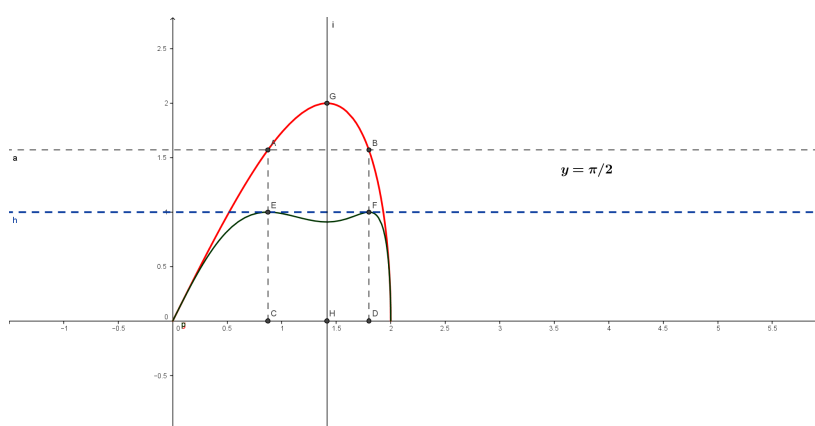
Sia  $h(x) = \sin(f(x))$  con  $0 \leq x \leq 2$ .

Quanti sono i punti del grafico di  $h(x)$  di ordinata 1?

Il grafico di  $h(x)$  presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di  $k$

l'equazione  $h(x) = k$  ha 4 soluzioni distinte?  $\left[ f(x) = x\sqrt{4-x^2} \right]$

Indicazioni Nazionali: *Infine, lo studente apprenderà ad analizzare sia graficamente che analiticamente le principali funzioni e saprà operare su funzioni composte e inverse.*



Un bel quesito poco amato dagli studenti .....

Si tratta del quesito N. 8 proposto Esame di Stato 2015 - corso di ordinamento

"Del polinomio di quarto grado  $P(x)$  si sa che assume il suo massimo valore 3 per  $x=2$  e  $x=3$  e, ancora, che  $P(1)=0$ . Si calcoli  $P(4)$ ."

Il quesito, scelto da nemmeno il 5% degli studenti, è stato considerato difficile per i troppi calcoli....ma è proprio così?

Il quesito si può risolvere in almeno tre modi diversi, ciascuno dei quali riflette l'approfondimento raggiunto dal candidato nella comprensione delle caratteristiche dei polinomi, nel saper "manipolare oggetti matematici" e quindi nell'individuare strategie risolutive che possono condurre al risultato richiesto riducendo notevolmente i calcoli; una "raffinata" questione di Problem Posing & Solving.

Purtroppo le innovazioni, evidenti, non sono sempre state accolte favorevolmente, i docenti che hanno criticato le tracce non hanno capito che le stesse stavano adeguandosi alle richieste dalle I.N.

Ricordo che la prova di matematica del 2011 è stata così commentata nei giornali "matematica finanziaria allo Scientifico", quasi fosse stato "scandaloso" avere chiesto agli studenti di esaminare una tabella e di fare eventuali previsioni (traccia perfettamente corrispondente alle richieste delle I.N.).

**"Due osservazione sui problemi proposti nella simulazione del 25 febbraio.**

- *Riprendo quanto ha scritto l'ispettore Bruno di Catania:*

*"Avevo atteso con ansia la prova di simulazione del 25 febbraio u.s., sperando di trovare qualcosa di nuovo e di interessante. Che delusione! Delle prolisse e stucchevoli storielline "all'americana" fanno da sfondo (dominante ed asfissiante) a due problemi non certo esaltanti. Nel primo, due ragazzotti amanti dei videogiochi (Marco e Luca) hanno continuamente bisogno di aiuto per risolvere dei quesiti piuttosto banali. Vien subito voglia di abbandonarli al loro destino, unitamente al primo problema. Nel secondo problema, occorrono ben 13 righe di inutili melensaggini per porre l'"onesto" quesito di determinare il cono di superficie totale minima circoscritto ad una sfera di raggio R. Peccato che nella realtà a nessuno provvisto del minimo buon senso verrebbe in mente di racchiudere un mappamondo in un espositore di forma conica: si opterebbe certamente per il cubo circoscritto o, meglio ancora, per il cilindro equilatero circoscritto, che sarebbe poi il più economico, giacché la sua superficie totale è  $\frac{3}{4}$  di quella del cono di cui sopra. (A rigore il più economico in assoluto sarebbe l'icosaedro regolare circoscritto, ma un espositore di tale forma lo si realizza con difficoltà).*

*La scelta tra le due pellicole presenta un certo interesse: purtroppo bisogna far capire tutto a quel testone di Mario!*

*Per quanto riguarda la griglia di valutazione, che, come è ben noto a tutti, può essere solo "proposta" e non certo "imposta", rimangono oscuri i criteri di ripartizione dei 75 punti disponibili fra i 4 indicatori.*

*In genere non amo atteggiarmi a "laudator temporis acti", ma, se queste sono le novità tanto attese e conclamate, allora sarebbe più sensato lasciare le cose come stanno."*

Tra l'altro il problema sul "mappamondo prezioso" riprende un classico problema di ottimizzazione già assegnato all'esame di maturità (allora si chiamava così) il 4 luglio 1972!

- Avrei preferito che il Ministero avesse messo a disposizione degli studenti - docenti sul proprio sito prove di simulazione durante, almeno, tutto l'anno scolastico.

Trovo molto grave che il ministero abbia, invece, voluto scandire (... controllare) i momenti della nostra attività didattica proponendoci simulazioni in momenti fissati ....

ma una delle maggiori novità delle Indicazioni Nazionali non consisteva proprio nella piena autonomia del docente di progettare il proprio percorso didattico?