5° Giornata Nazionale di Analisi non Standard

Condensatori

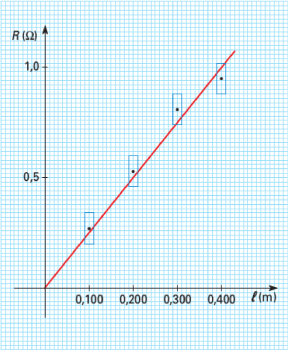
Dall'esperimento all'equazione differenziale

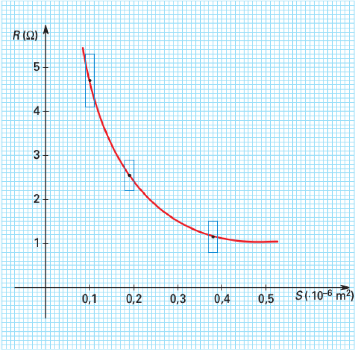
Andrea Sellaroli

10 ottobre 2015

Problematiche nella didattica della Fisica

- Spesso solo qualitativa
- Strumenti matematici adeguati vengono introdotti molto tardi
- L'alto livello di astrazione non permette di calarla in contesti reali





S. Fabbri, M. Masini – Phoenomena, Laboratorio di Fisica – © 2011, SEI Società Editrice Internazionale, Torino

8 Analisi dei risultati e conclusioni

Non essendo possibile un confronto con i valori teorici, che richiederebbero l'uso della formula

$$\Delta V = \Delta V_0 \cdot [1 - e^{-t/(R \cdot C)}]$$

puoi esprimere un commento sull'andamento della curva, osservando le differenze tra la parte iniziale e quella finale.

L'Analisi Non Standard e la fisica

- Possibilità di anticipare certi concetti
- Notazione più vicina alla Fisica

Perché la carica di un condensatore

- Legge non banale
- Applicazioni tecniche
- Anticipazione delle equazioni differenziali

Condensatori

Andrea Sellaroli

Introduzione

L'esperimento

L'equazione differenziale

Conclusioni

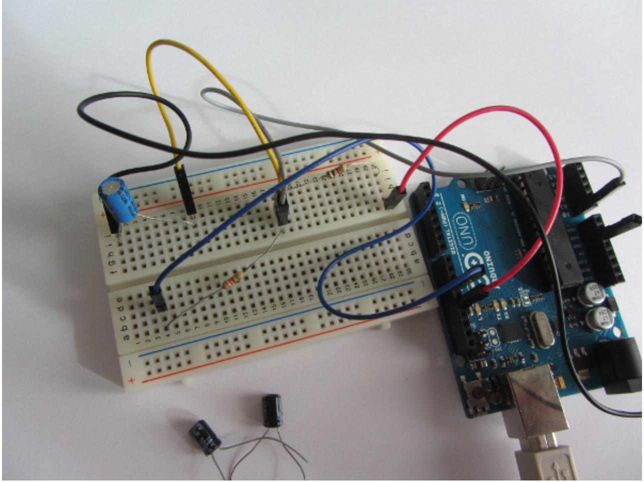
Linee guida nazionali: Matematica

- Gli strumenti matematici di base per lo studio dei fenomeni fisici, con particolare riguardo al calcolo vettoriale e alle equazioni differenziali
- Costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;

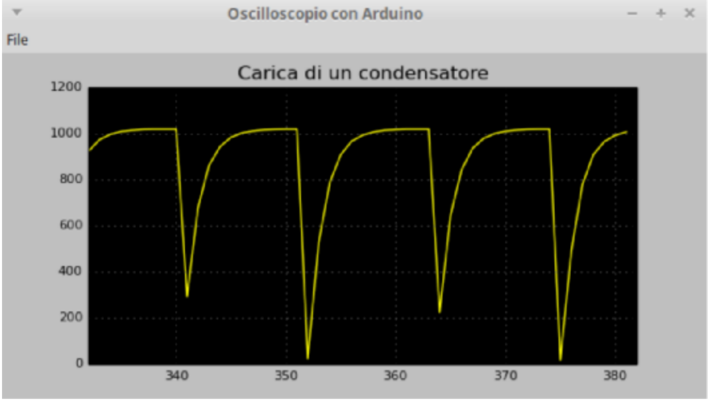
Linee guida nazionali: Fisica

- Formalizzare un problema di fisica e applicare gli strumenti matematici e disciplinari rilevanti per la sua risoluzione

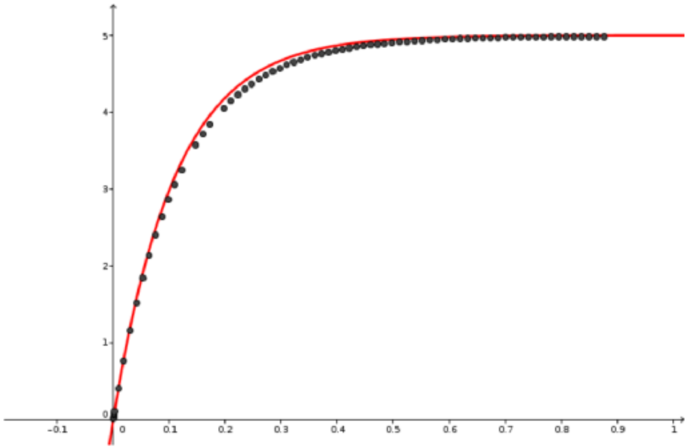
L'apparato sperimentale



I dati in tempo reale



L'elaborazione tramite Geogebra



La definizione di corrente elettrica

$$\Delta q(t) = q(t + \Delta t) - q(t)$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

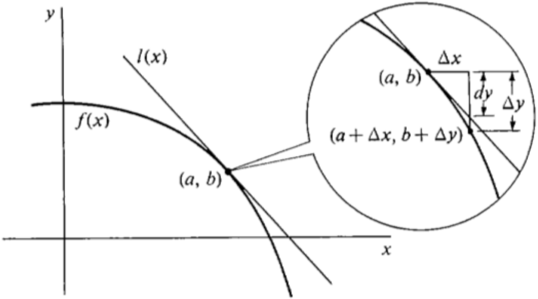
Che significato ha $dq(t)$?

$$dq(t) = q(t + dt) - q(t)$$

$$i(t) = st\left(\frac{dq(t)}{dt}\right) = st\left(\frac{q(t + dt) - q(t)}{dt}\right)$$

Il differenziale

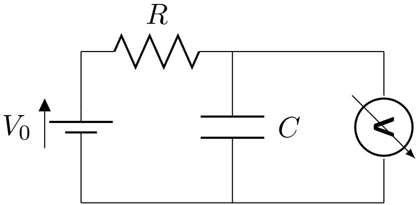
$$dy = f'(x)\Delta x$$



Δy variazione di y lungo la curva

dy variazione di y lungo la tangente

Analisi del circuito



$$V_0 = V_R + V_C = Ri + \frac{q}{C} = R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

Equazione differenziale

Cerchiamo una funzione $q(t) = CV(t)$ che coincida con i dati sperimentali. Quali caratteristiche deve avere?

- $q(0) = 0$
- $q(\infty) = CV_0$
- $0 < q(t) < CV_0 \quad \forall t > 0$

Una soluzione

$$q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

deve soddisfare

$$V_0 = R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

Una soluzione

$$i = st\left(\frac{dq(t)}{dt}\right) = \frac{q(t+dt) - q(t)}{dt} =$$

$$= \frac{CV_0(1 - e^{-\frac{t+dt}{RC}}) - CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} =$$

$$= \frac{CV_0(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{RC} + \frac{dt}{RC}}))}{dt}$$

$$= \frac{CV_0 e^{-\frac{t}{RC}}}{RC} \frac{(-1 + e^{-\frac{dt}{RC}})}{-\frac{dt}{RC}} = \ldots$$

Il numero di Nepero

$$e = (1 + \frac{1}{M})^M = (1 + \epsilon)^{\frac{1}{\epsilon}}$$

quindi

$$e^\epsilon = 1 + \epsilon$$

$$= st\left(\frac{CV_0e^{-\frac{t}{RC}}}{RC}\frac{(-1+e^{-\frac{dt}{RC}})}{-\frac{dt}{RC}}\right) = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

e sostituendo nell'equazione differenziale di partenza risulta

$$V_0 = R \cdot \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{C} \cdot CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = V_0$$

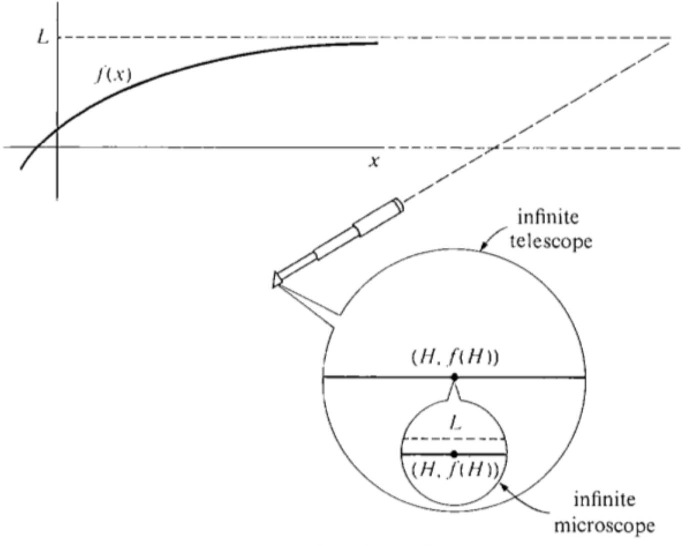
Il calcolo del limite

$$\lim_{t\to+\infty} q(t) = \lim_{t\to+\infty} CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$L = st\Big(CV_0(1 - e^{-\frac{H}{RC}})\Big) = st\Big(CV_0(1 - e^{-M})\Big) =$$

$$= st\Big(CV_0(1 - \epsilon)\Big) = CV_0$$

Il calcolo del limite



Conclusioni

Risoluzione diretta dell'equazione differenziale

A variabili separabili, ma richiede la nozione di integrale definito.

Introduzione alle equazioni differenziali

Buono spunto per prendere confidenza con le EDO e per comprendere un metodo di elaborazione delle teorie fisiche.