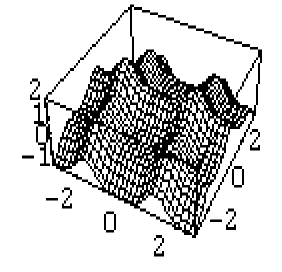
MATHESIS

Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche
Fondata nel 1895

Sezione di Verona

Redazione: Luciano Corso, Luigi Marigo, Elisabetta Capotosto – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045)8344785 - Numero 9 – settembre 1998



Sull'insegnamento della matematica

di Gianfranco Gambarelli *

La colpa è dell'ostetrico. "Gli studenti non capiscono le mie lezioni perché i colleghi delle Medie Superiori non insegnano la Matematica","Agli studenti delle Superiori mancano le basi perché i colleghi delle inferiori…" e la giustificazione rimbalza "a sponda di flipper" alle Elementari, alle Materne, ai Nidi. Sta di fatto che le più alte percentuali di abbandono si riscontrano usualmente nei corsi di laurea ove prevalgono discipline di taglio matematico e spesso sono tali discipline ad operare la maggior selezione. Il rimedio politicamente più redditizio a breve (abolire o rendere facoltativi i relativi esami) si scontra con la necessità sempre più diffusa negli ambienti ove occorre prendere decisioni, di ricorrere ai principi logici e ai metodi quantitativi.

Matematica perché. Con le nuove possibilità fornite dall'informatica e dalla telematica, l'uso dei modelli di analisi, previsione, simulazione e ottimizzazione sta assegnando alla Matematica, soprattutto all'estero, un ruolo ben più ampio rispetto alla vecchia cultura dell'insiemistica elementare e delle tabelline. Quanto sopra vale nei più svariati campi applicativi: dalla biologia alla Medicina, all'Economia, alla Psicologia, alle Scienze ambientali, via via fino alla Statistica medica, linguistica e giuridica. Questo processo è destinato ad aumentare nell'immediato futuro, perché è facilmente prevedibile che fra pochi anni chi conoscerà i modelli matematici e sarà in grado di utilizzarli, risulterà più facilmente vincente. Ma la Matematica fa selezione; i ragazzi, di fronte alla scelta del corso di diploma o di laurea, preferiscono spesso ripiegare su aree meno impegnative, che possano fornire una prospettiva più sicura di conclusione degli studi a breve.

Perché gli studenti odiano la Matematica? Moltissimi studenti odiano la matematica; le ragioni principali possono così condensarsi: si tratta di una disciplina strettamente consequenziale (non si può capire la lezione di oggi se non si è capita quella di ieri); non basta studiarla a memoria; è impossibile tergiversare nel corso delle interrogazioni; agli effetti pratici non si capisce lo scopo di uno sforzo tanto immane. Che fare?

La riforma. La parola d'ordine portata avanti dalle grandi riforme di questi anni è questa :"anticipare"; anticipare alla media superiore tutto quanto viene insegnato in Università. Si è così scatenato la caccia alle novità perché tutte possano trovar posto in qualche programma; allo scopritore, un posto nella storia. Mancano per ora gli insiemi sfocati, il controllo, i sistemi dinamici, la catastrofe, le biforcazioni e il caos, ma forse ancora per poco: forse qualcuno degli innovatori mi sta leggendo. Non tutto ma di tutto e i programmi proposti si allungano, mentre le ore restano pressoché invariate. I colleghi si domandano, con inquieto stupore:" Ma chi ha preparato queste proposte, da quanti anni non entra in una classe a vedere quante ore ci vogliono per rendere familiare ai nostri allievi un nuovo concetto, un nuovo strumento?". Nulla da fare, gli slogan sono ormai irreversibili: anticipare, diversificare, modernizzare, ampliare. I nuovi libri di testo si alzano, si ingrossano, scoppiano, si sdoppiano. Agli insegnanti si presentano nuove, stimolanti alternative: preparare le lezioni registrate in modo da presentarle in classe con il tasto dell'alta velocità, o caricare i discepoli di capitoli da studiare a casa con l'aiuto dei parenti, o presentare le sole tematiche più stimolanti, o solo quelle che sanno, o solo quelle che servono. Per fortuna molti scelgono quest'ultima via, ma anche qui i pareri sono discordi. In ogni caso resta l'appassionante interrogativo dei temi di maturità. Nel frattempo i colleghi dell'Università passeggiano lividi e gelosi intorno alla scrivania domandandosi:" E a noi che cosa resta da insegnare?". Ma conoscono la risposta già da tempo: tutto. Tutto da capo. Viene loro obiettato:" potrete contare su studenti dal campo visivo ampliato, dalle conoscenze molteplici e attuali; avranno qualche difficoltà ad aggiungere un mezzo a un terzo, ma in compenso possiederanno una moderna metodologia di studio, una formidabile capacità di apprendimento, di generalizzazione, di sintesi; avranno imparato ad imparare". (continua al foglio n. 10)

** Gianfranco Gambarelli è docente ordinario di Matematica generale presso la Facoltà di Economia .e supplente di Analisi alla Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Bergamo*

La serie binomiale

di Gianfranco Pezzo

Quella che segue è, a mio parere, una interessante dimostrazione di:

$$(1+x)^{\alpha} = \sum_{n\geq 0} \binom{\alpha}{n} x^n \qquad |x|<1$$

che sfrutta la risoluzione delle equazioni differenziali del primo ordine lineari. Si ricorda che

$$\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha\,(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n + 1)}{n!} \qquad \alpha \in IR$$

Se α è intero positivo, allora lo sviluppo in serie coincide con il binomio di Newton. Per α reale qualsiasi determiniamo il raggio di convergenza:

$$R = \lim_{n\to+\infty} \left| \binom{\alpha}{n} \Big/ \binom{\alpha}{n+1} \right| =$$

$$\lim_{n\to+\infty} \left| \frac{\alpha\,(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n+1)}{n!} \cdot \frac{n!\,(n+1)}{\alpha\,(\alpha - 1)\ldots(\alpha - n+1)(\alpha - n)} \right| = 1$$

e quindi l'intervallo di convergenza sarà $-1<x<1$.

Si definisce

$$f(x)=\sum_{n\geq 0}\binom{\alpha}{n}x^n, \qquad |x|<1 \tag{*}$$

e si vuol dimostrare che tale funzione è soluzione dell'equazione differenziale del primo ordine

$$y'-\frac{\alpha}{x+1}y=0$$

con la condizione *f(0)=1*. Una soluzione è indubbiamente

$$g(x)=(1+x)^{\alpha}, \qquad -1<x<1.$$

Facciamo vedere che anche (*) è soluzione sostituendo opportunamente nell'equazione differenziale fino ad ottenere una identità:

$$f'(x)-\frac{\alpha}{1+x}f(x)=0$$

ossia $(1+x)\cdot f'(x)-\alpha\cdot f(x)=0$.

Derivando $f(x)$ si ottiene:

$$f'(x)=\sum_{n\geq 1}n\binom{\alpha}{n}x^{n-1}=\sum_{n\geq 1}n\frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^{n-1}$$

$$=\sum_{n\geq 0}(n+1)\binom{\alpha}{n+1}x^n$$

per cui:

$$(1+x)f'(x)=f'(x)+x\,f'(x)=$$

$$=\sum_{n\geq 0}(n+1)\binom{\alpha}{n+1}x^n+x\sum_{n\geq 1}n\binom{\alpha}{n}x^{n-1}=$$

$$=\sum_{n\geq 0}(n+1)\binom{\alpha}{n+1}x^n+\sum_{n\geq 0}n\binom{\alpha}{n}x^n=$$

$$=\sum_{n\geq 0}\left[(n+1)\binom{\alpha}{n+1}+n\binom{\alpha}{n}\right]x^n=$$

$$=\sum_{n\geq 0}\alpha\binom{\alpha}{n}x^n.$$

In conclusione $(1+x)\cdot f'(x)=\alpha\cdot f(x)$, e quindi

$(1+x)\cdot f'(x)-\alpha\cdot f(x)=0$

ossia

$$f'(x)-\frac{\alpha}{1+x}f(x)=0 \qquad x\neq -1.$$

Pertanto sia $g(x)=(1+x)^{\alpha}$ sia (*) sono soluzioni dell'equazione differenziale entrambi soddisfacenti la condizione *f(0)=1*. Per il teorema di esistenza ed unicità della soluzione di un'equazione differenziale ne viene:

$$(1+x)^{\alpha}=\sum_{n\geq 0}\binom{\alpha}{n}x^n \qquad |x|<1$$

Bibliografia: Tom M. Apostol, *CALCOLO,* volume terzo, Boringhieri 1985, pag. 26

Matematica e Multimedialità : curiosando nel web italiano

di Elisabetta Capotosto

Programma di Sviluppo delle Tecnologie Didattiche (PSTD) 1997-2000: è questa la "parola chiave" che ha portato, in questi mesi nel mondo della scuola, finanziamenti per utilizzare la multimedialità nella didattica. Varie scuole di ogni ordine e grado sono state coinvolte nei Progetti 1A e 1B per l'allestimento di stazioni o laboratori multimediali.

L'argomento ha sùbito suscitato il mio interesse: sono responsabile dell'aula multimediale della mia scuola e ho tenuto più di un corso di formazione per i colleghi coinvolti nel Progetto 1A. Oggi, mentre mi risulta piuttosto facile pensare alle applicazioni nella didattica del multimediale in scuole elementari e medie inferiori, mi sono ritrovata a pensare come calare tali mezzi nella scuola superiore. La consultazione di CD Rom, la navigazione (controllata) in Internet e qualche esempio di realizzazione di ipertesto sono sicuramente le esperienze più presenti e trasversali a varie discipline, ma per una materia come matematica che fare? Questo articolo nasce proprio da questa domanda che rivolgo a me e a tutti i colleghi di materia per poter raccogliere esperienze o idee da realizzare.

Per cominciare ad orientarmi sono andata a vedere cosa c'è nel "grande calderone" che è Internet. Utilizzando un motore di ricerca (www.arianna.it) ho cercato materiale su "matematica e multimedialità". Nel convegno "Multichee? Matematica e nuovi linguaggi multimediali" organizzato dal Centro ricerca PRISTEM della Bocconi di Milano a marzo '98 (www.uni-bocconi.it) la multimedialità è intesa come "occasione per rinnovare la didattica, la ricerca e la divulgazione matematica e, ancora, per vedere e percepire oggetti e movimenti finora presenti solo nel nostro pensiero". Leggendo i titoli degli interventi si nota come l'analisi non si limiti al mondo matematico ma coinvolga tutte quelle dinamiche che hanno connessione col mondo matematico.

La matematica applicata sembra quindi il contesto migliore per esperienze multimediali:" Usando video e animazioni per mostrare e analizzare fenomeni del mondo reale, un autore di multimedia può raggiungere con successo una grande quantità di studenti" afferma J.T.Schwartz - New York University (www.unict.it/mathesis/conferen.htm) - che però, nel suo intervento, configura anche l'utilizzo delle animazioni per illustrare la manipolazione di formule dell'analisi matematica o i processi di convergenza.

Poter divulgare argomenti di matematica di tutti i livelli con le nuove tecnologie è lo scopo del Laboratorio Multimediale Matematico (wwwas.roma2.infn.it/mifav) costituito presso l'Università Tor Vergata di Roma al dipartimento di Matematica. Il laboratorio dovrebbe fornire prodotti elettronici di divulgazione e formazione matematica attualmente rari in Italia. Dopo tutte queste indicazioni, non esattamente operative, interessante, per concludere, è leggere l'intervento di M. Fierli, tra i coordinatori del PSTD, "La multimedialità a scuola: cosa farne?" (www.emsf.rai.it/archivio/TextTema/) in cui afferma che tutte le materie scolastiche possono essere sviluppate con le nuove tecnologie, si tratta solo di fare un'analisi punto per punto e occasione per occasione. Non rimane altro da fare allora che iniziare l'analisi.