

MatematicaMente

Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Elisabetta Capotosto, Carla Benaglia - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 117 – luglio 2007

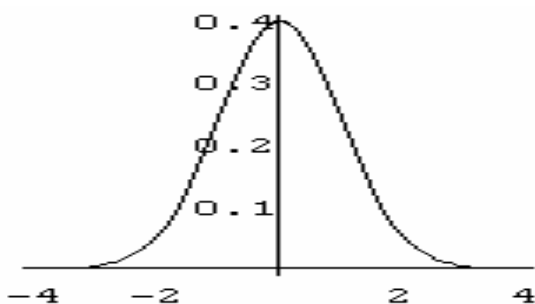


Natura simbolica del linguaggio della Matematica^[1]

di Luciano Corso^[2]

[Segue dal numero 116]

In matematica, la capacità di cogliere la profondità filosofica è spiccata. Per esempio, consideriamo la funzione di densità di probabilità scoperta e modellizzata da C.F. Gauss (13):



$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \left(x \mid x \in \mathbb{R}, \mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}^+ \right) \quad (13)$$

dove x è la variabile aleatoria, μ è la sua media aritmetica (nel grafico $\mu=0$) e σ la sua deviazione standard (nel grafico $\sigma=1$). Gauss, senza averne probabilmente completa coscienza, con questa funzione di densità di probabilità presenta quattro aspetti fondamentali della conoscenza.

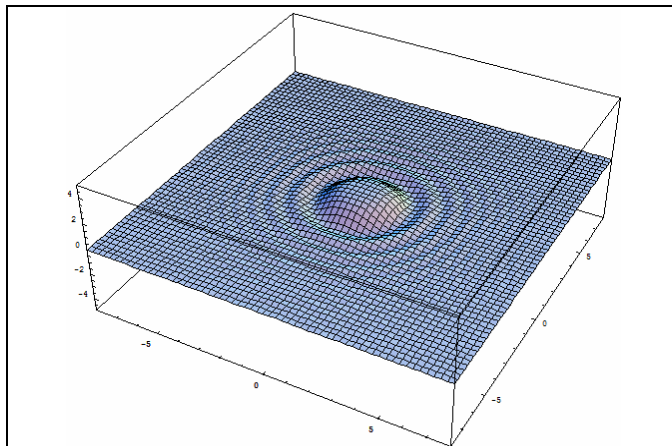
Il primo aspetto di rilievo di questa legge è proprio quello riferibile direttamente alla interpretazione che ne dette Gauss. Essa rappresenta come si distribuiscono le misure sperimentali di realtà fisiche (ordinariamente viene detta curva degli errori). Tale affermazione sostiene, implicitamente, il seguente principio: conoscere ha un senso in quanto c'è una realtà da conoscere; il metodo per conoscere è quello di misurare (in senso lato) e di confrontare le misure per verificare se può esistere un loro orientamento indicativo (oggi diremmo statistico) verso un qualcosa che c'è.

Il secondo aspetto che coglie questa legge, e che forse Gauss stesso non seppe valutare nella sua pienezza, è che essa presenta la dinamicità stessa della natura al variare del tempo. I sistemi di natura non sono statici e al mutare del tempo cambiano regolarità e stati. Così un oggetto fisico che ora presenta una lunghezza, o un peso o una costante di un certo valore (la misura di quell'oggetto è definita), domani potrà subire una deformazione a livello atomico che lo porterà ad avere una diversa misura. Non si tratta solo, cioè, di misure diverse perché i misuratori sono diversi, ma di misure diverse perché la natura è dinamica e modifica di fatto la struttura degli oggetti e degli enti che sono sperimentabili (aspetto epistemologico) [B.8].

Il terzo elemento innovativo della "gaussiana" (come spesso viene detta oggi la curva) è che essa rappresenta un comportamento vero di natura (aspetto ontologico). Il comportamento di numerose variabili di natura, quando si misura, è proprio quello di evidenziare una distribuzione di queste misure di tipo campanulare simmetrico. Ciò è di una importanza scientifica estrema: significa, infatti, che gli oggetti fisici sono

diversi in natura non solo perché sbagliamo a misurare, non solo perché c'è una dinamicità della natura che modifica le misure degli enti fisici, ma soprattutto perché la natura forma gli oggetti fisici, affini per genere e specie, con misure diverse. È quindi nella natura stessa la irregolarità dei fenomeni. Un esempio può cogliere questo concetto: l'*homo Sapiens sapiens* ha una statura per individuo adulto che può oscillare da 130 a 230 cm. Ciascun individuo, con diversa statura, è normale anche se le differenze di statura possono essere molto diverse. Allora si può dire che non esiste una misura oggettiva per la statura dell'uomo e che queste diversità riscontrate non sono il risultato di errori di misurazione, né di dinamicità nel tempo delle altezze degli uomini, ma solo di puri comportamenti naturali regolari.

Il quarto elemento fondamentale che caratterizza la curva di Gauss è che essa descrive una qualità epistemologica di grande rilievo. È, infatti, il fondamento della teoria dei grandi campioni, di importanza determinante per la matematica applicata e la statistica. In sostanza, un esperimento costituito da tante prove ($n \rightarrow \infty$) genera campioni i cui momenti campionari si distribuiscono con una legge di probabilità che converge alla normale (altro nome dato alla gaussiana), indipendentemente dalla legge di probabilità della variabile aleatoria di origine. L'importanza pratica di questo teorema, è che nei grandi campioni le verifiche d'ipotesi riguardanti i momenti di una popolazione, sulla base dei momenti campionari si effettuano lavorando con la normale. Si valuti la reale portata epistemologica e ontologica di (13). Si riconosca che una sintesi così profonda ed essenziale è ineguagliabile: essa è una vera e propria opera d'arte.



Simulare un terremoto o un maremoto con un'equazione è una prova della sintesi concettuale della forza del linguaggio simbolico come descrittore dei fenomeni naturali.

L'equazione che dà origine al grafico posto a sinistra è:

$$z = \text{Sen} \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2} \right) \quad (14)$$

$$\text{Dom.} : \left\{ (x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2, (x, y) \neq (0, 0), -3\pi \leq x, y \leq 3\pi \right\}$$

Non solo affinità, ma complicità

La poesia può farsi prestare parole e significati dalla matematica. Da sempre la matematica ha prestato parole al linguaggio naturale e viceversa. Un importante prestito molto usato nel linguaggio corrente è il termine «incommensurabi-

le». Si dice spesso che il bene verso i figli è incommensurabile o che l'amore verso una donna è incommensurabile. Il termine usato in questo tipo di contesti, pare improprio in riferimento al suo significato originario; tuttavia esprime questo bisogno d'uso, in opportuni contesti, di simboli forti in grado di rappresentare un proprio stato d'animo quando è fortemente scosso.

La poesia con giochi di matematica si è fatta anche in passato. Nel secolo scorso nasce un modello di poesia combinatoria pubblicato da Queneau, dal titolo *Centomila miliardi di poemi*. Una particolare attività poetica di Roubaud raccolta in un'opera dal titolo *Trentuno al cubo* (1973), esalta la proprietà additiva del numero 31; qui sono 31 i poemi di 31 versi costituiti da 31 sillabe. Osserviamo che il numero 31 si può decomporre nella somma di $5+7+5+7+7$. Questa scomposizione additiva viene usata a 3 livelli: in altezza per la suddivisione dei poemi in gruppi; in lunghezza per formazione dei versi in strofe e in larghezza per la struttura delle sillabe in ritmi metrici [B.20].

In Luigi Cerritelli [B.12] è la matematica che spinge, con sottile trama, la vita speculativa di chi ne conosce gli enigmi. La composizione *Incontro* accentua il ruolo di numeri e segni nel frustare il sogno che spinge verso l'ignoto (Tabella 7).

Bella ed efficace è anche la composizione *Infinito* di Gianfranco Gambarelli [B.13] dove, dalle conoscenze della fisica e della matematica, l'autore trova lo spunto per esprimere una sua idea di infinito.

Tabella 7

Incontro (di Luigi Cerritelli)

*Ho incontrato
numeri e segni,
moduli astratti
come pugnali,
giochi di luce
per frustare il sogno,
gradini multipli
verso l'ignoto.*

*Ho incontrato
l'eterna farfalla,
leggera assenza
nella presenza,
ombra e penombra
all'interno del tempio,
duello
simmetrico
di giovani dei.*

*Ho incontrato
numeri e segni.*

Infinito (di Gianfranco Gambarelli)

*Oltre la nebulosa,
dentro la particella,
nel tempo,
nel fantastico
potenziale di ogni penna.*

Si può arrivare a costruire delle composizioni teatrali giocando sui significati di molti termini abbondantemente usati in matematica [B.16]. Si considerino i due brani di Ivano Arcangeloni, qui di seguito riportati:

Dialogo tra due vettori

Siamo linearmente indipendenti, lo siamo sempre stati, se così non fosse il nostro sottospazio avrebbe dimensione uno, ed invece ha dimensione due, e ciò mi sembra sufficiente a dimostrare che noi siamo una base. Certo potrei appiattirmi su di te, diventare una tua

combinazione lineare, ridurre la dimensione del nostro sottospazio, ma quale guadagno ne avremmo? Diventeremmo uno spazio banale, senza complessità, appiattito sul suo campo di scalari. Già, c'è anche quello, abbiamo scelto un campo finito con pochi elementi, ciclico, che ripete sempre gli stessi risultati, chiuso rispetto alle operazioni che vi abbiamo definito, e anche questo può deteriorarci. Magari non avremmo saputo che farcene di un campo completo, come se gli irrazionali e i trascendenti non creassero già abbastanza problemi, ma siamo fatti così, ci piace interrogarci anche sugli immaginari puri, desiderare un'unità immaginaria, sperare che un domani riusciremo finalmente a superare il reale. (Ivano Arcangeloni)

«*Riducimi in forma canonica*»

Ecco, ora puoi scoprire il mio nome, conosci la matrice dei miei coefficienti, tutti i miei valori ti sono noti. E allora procedi, classificami, riducimi in forma canonica, scoprirai che non sono come te mevi, o forse, chissà, speravi, una conica degenerare; finalmente potrai condurmi tangenti da un qualunque punto della mia superficie. No, non sento dolore, solo, attento a non sfiorare i miei coseni direttori, se credi dopo puoi diagonalizzarmi, calcolare tutti i miei autovalori, i miei auto-spazi.

Vieni, cambiamo sistema di riferimento, tutto sarà più semplice: più semplice determinare distanze, più semplice scoprire punti notevoli, più semplice riconoscere centro e assi e soprattutto asintoti. VOGLIO CONVERGERE! Sii tu il mio asintoto, voglio tendere a te, avvicinarmi indefinitamente. Qualunque numero epsilon tu voglia concepire, la mia distanza da te sarà ancora più piccola, fino a tendere a zero quanto più noi ci avviciniamo all'infinito. Senza tuttavia essere mai veramente zero, per la nostra impossibilità di raggiungerlo l'infinito. A meno che non si proceda ad una compattificazione, ma all'amaro prezzo di perdere in generalità: io non sarei più io e tu potresti confondermi con una qualunque altra conica, e questo non potrei mai accettarlo. (Ivano Arcangeloni)
[Segue al numero 119]

[1] Questo lavoro è stato presentato dall'autore il 18 maggio presso la sala della Gran Guardia di Verona in occasione del "Maggio Scuola" organizzato dal **Comune di Verona**, su invito dell'IPSIA "Enrico Fermi" di Verona e nell'ambito del tema «Fluttuando nei linguaggi». Vedere: <http://www.agenziaiperlascuola.it/>

[2] Consigliere nazionale Mathesis – docente di Matematica applicata presso l'ITIS G. Marconi di VR – email: lcorso@iol.it

Some mathematics in the wine

Stefano De Marchi *

Part II [Segue dal n. 114]

The mathematics in wine fermentation and wine ageing

The intuitive idea that a wine is a dynamical system is the main concern of this Section. The adjective *dynamical* means something that evolves with respect to time, that is why the theory of dynamical systems is sometimes referred to as the *mathematics of time*. The dynamical system concept is a mathematical formalization for any fixed "rule" which describes the time dependence of a point's position in its ambient space. Examples are: the mathematical models used to describe the swinging of a clock pendulum; the flow of water in a pipe; the number of fish each spring in a lake or the evolution and ageing of wine. The evolution of wine due to the ageing is treated, for example, in the papers [4,9]. In [4] the authors simply tried to model the changes of oak-related compounds by studying the diffusion kinetics of some special compounds (lactones, guaiacol and 4-methylguaiacol, and vanillin) in wine maturation. They showed that when the barrels are new the diffusion kinetics measured in terms of the *rate of accumulation* of the compound, can be fit by exponential functions of the rate, otherwise, when the barrels are already used, by polynomials of decreasing degree. [Segue al n. 118]

[*] Department of Computer Science, University of Verona (Italy), e-mail: stefano.demarchi@univr.it