

MatematicaMente

Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Elisabetta Capotosto, Carlo Marchiori – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 139– giugno - uscito il 16 – 06 – 2009



Tschirnhaus e le equazioni algebriche

di Maurizio Emaldi

Nel 1708 muore a Dresda Ehrenfried Walter von Tschirnhaus, ricordato nella storia delle equazioni algebriche per le trasformazioni che portano il suo nome. Nasce nel 1651 a Kieslingwalde (Görlitz) e compie gli studi universitari a Leida, in Olanda, in anni in cui la Germania, ancora sofferente per le devastazioni della guerra dei Trent'anni, non fornisce condizioni favorevoli per ogni tipo di scienza. A Leida, la roccaforte della scienza protestante, diventa amico del filosofo Spinoza che si guadagna da vivere limando lenti. Milita come volontario nell'esercito olandese nella guerra contro la Francia, viaggia in Inghilterra e visita più volte Parigi dove stringe duratura amicizia con Leibniz, col quale discute problemi di calcolo infinitesimale e algebra. Visita i maggiori centri scientifici italiani e in alcuni di essi sperimenta con specchi curvi. È tra coloro che curano la pubblicazione delle opere dell'amico Spinoza, morto nel 1667. Lavora alla costruzione di lenti e specchi di grandi dimensioni per l'ottenimento di alte temperature e durante questo lavoro scopre le catacaustiche, che sono curve involuppo di famiglie di raggi riflessi su curve piane: lungo una catacaustica l'intensità della luce è maggiore che altrove, un fatto questo che si spiega con la teoria ondulatoria della luce. La relazione su queste curve gli merita nel 1682 l'elezione a membro dell'Accademia delle Scienze di Parigi. Si impegna con passione per lo sviluppo industriale della Sassonia e collabora all'installazione a Dresda di fabbriche di porcellana.

Tschirnhaus ha lasciato pubblicazioni in diversi campi di conoscenza, specialmente fisica, tecnologia, matematica e filosofia. Uno dei suoi contributi più significativi alla matematica è la nota *Methodus auferendi omnes terminos intermedios ex data aequatione* (Acta Eruditorum, 1683, pp. 204 – 207). Questa breve nota su equazioni algebriche è il contributo più promettente alla risoluzione di queste equazioni dopo la scoperta della soluzione per radicali delle equazioni di terzo e quarto grado fatta dai matematici italiani del Sedicesimo secolo.

Infatti qui il nobile di Sassonia non propone migliorie o semplificazioni di metodi conosciuti per risolvere equazioni algebriche, ma cerca di presentare un metodo uniforme per ricondurre la risoluzione di una qualunque equazione algebrica alla risoluzione di un'equazione binomia mediante uno o più cambiamenti di variabile in cui la nuova variabile è un conveniente polinomio nella vecchia variabile. Questi cambiamenti di variabile sono esempi di "trasformazioni di Tschirnhaus". Dalle radici dell'equazione binomia ottenuta, che è dello stesso grado dell'equazione originale, otteniamo le radici di quest'ultima risalendo il procedimento di trasformazione. La nota incomincia con l'osservazione che il problema della rimozione di termini da un'equazione è più semplice per equazioni mancanti del secondo termine e che non è una restrizione considerare soltanto equazioni senza tale termine poiché, come è scritto nella Geometria di Descartes, è sempre possibile rimuoverlo mediante un cambiamento di variabile della forma $y = x + a$. Poi viene la trasformazione di una generica equazione

$$y^3 - qy - r = 0 \quad (1)$$

In un'equazione binomia. Tschirnhaus, per raggiungere que-

sto scopo, compie un cambiamento di variabile che è una generalizzazione del cambiamento $y = x + a$. Precisamente egli cambia la variabile y con la variabile z legata alla y dalla relazione

$$y^2 = by + z + a \quad (2)$$

dove b, a sono parametri e ottiene l'equazione

$$z^3 + (3a - 2q)z^2 + (3a^2 - 4aq + q^2 - qb^2 + 3rb)z + (a^3 - 2qa^2 + q^2a - qb^2a + 3rba - r^2 - qrb + rb^2) = 0. \quad (3)$$

Poi egli determina espressioni per i parametri b, a in modo che l'equazione (3) risulti binomia, e trova

$$a = \frac{2}{3}q, \quad b = \frac{3}{q} \left(\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}r\right)^2 - \left(\frac{1}{3}q\right)^3} \right). \quad (4)$$

Dopo questa determinazione, Tschirnhaus discute espressioni per i parametri b, a in modo da rinuovere il terzo termine da un'equazione di 4°, 5° e 6° grado, che, come nel caso dell'equazione di 3° grado, manca del secondo termine, e conclude la nota dicendo che per rimuovere tre o più termini si procede come nei casi trattati. Questa conclusione pone, fra altre, la questione se Tschirnhaus ritiene di aver sviluppato un metodo che consente di risolvere "per radicali" un'equazione algebrica di grado qualunque. Noi, sulla base del teorema di Ruffini-Abel, sappiamo che questo metodo non consente la risoluzione «per radicali» delle equazioni generali di grado superiore al quarto. Tschirnhaus non spiega come ottiene l'equazione (3). Noi possiamo ottenerla con calcolazioni che avrebbe potuto fare Leibniz poiché suo è il primo accenno in Occidente al metodo dei determinanti. Dunque scriviamo (2) nella forma $z = y^2 - by - a$ e usiamo (1) scritta nella forma $y^3 = qy + r$ per esprimere la potenza di y con indice maggiore di 2 come combinazioni lineari di $y^2, y, 1$:

$$z \cdot 1 = y^2 - by - a,$$

$$z \cdot y = -by^2 + (q - a)y + r,$$

$$z \cdot y^2 = (q - a)y^2 + (r - bq)y - br,$$

ossia

$$(z + a) + by - y^2 = 0,$$

$$-r + (z + a - q)y + by^2 = 0,$$

$$br + (bq - r)y + (z + a - q)y^2 = 0$$

e perciò il determinante

$$\begin{vmatrix} z + a & b & -1 \\ -r & z + a - q & b \\ br & bq - r & z + a - q \end{vmatrix} = 0$$

che è l'equazione (3).

L'interessato ad approfondire il contributo di Tschirnhaus alla matematica può leggere il lavoro di M. Kracht, E. Kreyszig «E. W. Von Tschirnhaus: His Role in Early Calculus and His Work and Impact on Algebra» (Historia Mathematica, Vol. 17, 1990, p.p. 16-35).

Tratto da "Dei Sepolcri" di Ugo Foscolo

«[...] Rapiam gli amici una favilla al Sole / a illuminar la sotterranea notte, / perché gli occhi dell'uom cercan morendo / il Sole; e tutti l'ultimo sospiro / mandano i petti alla fuggente luce. [...]

Riforma Gelmini: un punto che non va

di Luciano Corso ^[6]

Nella riforma Gelmini gli Istituti Tecnici avranno una struttura di specializzazione che si svilupperà in 5 anni (2 + 2 + 1). I primi 2 anni saranno propedeutici alle specializzazioni. I secondi 2 saranno dedicati alle specializzazioni vere e proprie e l'ultimo anno verrà dedicato all'approfondimento di ogni singola specializzazione. Tutti i corsi avranno nel biennio propedeutico (1° e 2° anno) un ciclo di lezioni di matematica di 4 ore settimanali. Nel successivo biennio (3° e 4° anno) le ore settimanali di matematica saranno 3 (teoria) + 1 (complementi). Nell'ultimo anno (5° anno) le ore saranno 3. Inoltre, dalle attuali 36 ore settimanali complessive, si passerà, dopo la Riforma, a 32 ore [B.1]. In questo quadro di riforma per certi aspetti auspicata, visto il guazzabuglio di argomenti che ormai circola nelle scuole, una cosa stona con grande evidenza. Il Ministro Gelmini e il nucleo di esperti consulenti che l'hanno consigliata non hanno colto gli effetti negativi che avrà questa riforma in quegli Istituti con corsi di specializzazione già ora ben orientati verso studi di qualità superiore.

Lo sconvolgimento del corso di Informatica

Prendiamo in considerazione, in particolare, il corso di Informatica. Qui gli studenti, a partire dal terzo anno, hanno un orientamento molto marcato nel campo delle matematiche. Lo schema delle ore di matematica che vengono fatte, ora, in questa scuola è il seguente:

3° anno: 4 + 2 = 6 ore di matematica generale
2 + 1 = 3 ore di matematica applicata
4° anno: 3 + 2 = 5 ore di matematica generale
2 + 1 = 3 ore di matematica applicata
5° anno 2 + 2 = 4 ore di matematica generale
2 + 1 = 3 ore di matematica applicata.

Dei due numeri che entrano nella somma il primo riguarda la teoria e il secondo il laboratorio. Tra matematica generale e matematica applicata, quindi, vengono fatte 9 ore in terza, 8 in quarta e 7 in quinta. Il quadro è davvero significativo anche perché, in corrispondenza di tale quadro, il programma da svolgere è altamente qualificato. In nessuna scuola si fa e si farà tanto (anche dopo l'attuazione della Riforma) per ciò che concerne la matematica. Con l'attuazione della Riforma, invece, l'orario settimanale di matematica nel triennio di Informatica, perde ben 13 ore di insegnamento: quasi una cattedra!

Le ragioni del successo nazionale, nei concorsi, dei giovani che frequentano il corso di informatica sono dovute proprio al fatto che qui di matematica se ne fa molta. Chiunque può verificare, sia prendendo in mano i programmi ministeriali, sia confrontando i risultati che sono raggiunti dagli studenti del corso di informatica nei giochi e nelle gare di matematica nazionali, che questa scuola è tra le più segnalate sotto l'aspetto qualitativo nell'ambito delle scuole medie superiori. Per esempio, nelle prove INVALSI i ragazzi di Informatica sono tra i primi posti in assoluto, superando spesso gli studenti dei Licei scientifici del corso Brocca. Qual è la ragione del successo di questa scuola nelle prove di matematica? Se la quantità di ore che vengono dedicate allo studio della matematica è un fattore importante di successo, un altro fattore determinante è il fatto che essi oltre a studiare matematica generale, devono conoscere anche matematica applicata che costituisce l'elemento straordinario di approfondimento nel campo delle applicazioni scientifiche. Aggiungiamo, poi, il ruolo del laboratorio di matematica, dove attraverso particolari software applicativi (per esempio MATHEMATICA) i giovani possono migliorare la comprensione dei concetti appresi durante le lezioni di teoria e capire come la padronanza concettuale svolga un ruolo essenziale per controllare i risultati ottenuti con il calcolatore.

Tutto questo verrà fortemente compromesso dalla riforma e di sicuro essa avrà il ruolo di discriminare nettamente tra chi

andrà al Liceo e chi sceglierà un corso di studi tecnico.

Quando nacque la specializzazione di Informatica negli Istituti Tecnici si ebbe subito la consapevolezza che l'elemento caratterizzante di questa specializzazione fosse la quantità di ore dedicate alla Matematica. L'aver fatto questa scelta, allora, fu una sfida alla concezione corrente che il pensiero critico e l'educazione dei giovani potessero essere formati solo attraverso un ciclo di studi liceali. C'era, sotto sotto, una diversa visione della conoscenza: le ore dedicate alla filosofia, al latino o al greco nei licei, venivano sostituite, qui, con ore dedicate alla logica, all'algorithmica, alla programmazione, alla probabilità e alla statistica. Questi studenti avrebbero comunque posseduto un buon bagaglio linguistico, analitico e scientifico.

Il corso di Informatica agli Istituti tecnici non è mai stato equivalente agli altri corsi di perito tecnico, proprio per il diverso e forte programma di matematica che troviamo in questo indirizzo. Nella seconda metà degli anni Novanta si parlava di trasformare il corso in Liceo Tecnologico. Ora, con questa riforma che non ha considerato alcunché della storia passata di questa specializzazione e della sua originalità, si declassa il corso di informatica, equiparandolo agli attuali corsi di perito tecnico. Con l'entrata in vigore della riforma, il corso di informatica all'ITIS non sarà più ciò che è; verrà strutturalmente modificato in peggio.

È facile dimostrare l'importanza della matematica, del calcolo combinatorio, del calcolo delle probabilità e della statistica per questa specializzazione; basta ricordare che ogni trattamento di segnale (in telecomunicazioni e nella codifica dei programmi di informatica) comporta la nascita di un processo stocastico dove le possibilità che un segnale arrivi completo e preciso alla fine di una serie di passaggi sono misurate dalla probabilità che si verifichino certi eventi e le potenzialità di un alfabeto sono misurate dal calcolo combinatorio.

È noto, peraltro, che ciò che contraddistingue una buona formazione critica e di pensiero sono la padronanza della lingua naturale, del lessico e della sintassi, e una buona conoscenza della Matematica. La prima competenza permette di essere autonomo nel capire le argomentazioni generali riportate dai manuali e dai docenti nei vari ambiti disciplinari, la seconda dà la possibilità di svolgere ogni approfondimento scientifico attraverso la comprensione dei concetti principali espressi in linguaggio matematico. Se queste due competenze, nell'indirizzo di studi scelto, mancano, viene corrispondentemente compromessa la qualità dell'apprendimento.

Conclusione e richiesta

Per questi motivi non sono d'accordo riguardo all'innovazione proposta dal Ministro Gelmini che, calata su tutti gli indirizzi delle scuole medie superiori a orientamento non liceale, potrà forse portare dei vantaggi in certi settori educativi, ma in altri – come appunto l'ITIS corso di Informatica – avrà un effetto sicuramente negativo.

Chiedo al Ministro Gelmini che riveda questa parte della Riforma, portando almeno a 3 (teoria) + 2 (laboratorio) le ore settimanali di matematica in terza, quarta e quinta degli Istituti Tecnici a indirizzo Tecnologico in Informatica e Telecomunicazioni, sempre nel rispetto delle 32 ore settimanali previste dalla riforma come orario dell'ITIS.

NOTA: Il presente numero di MatematicaMente è stato inviato al Ministro Gelmini. Chiedo ai docenti di Matematica di aderire a questo articolo-documento. Basta scrivere al Ministro Gelmini presso il MIUR o a lcors@iol.it, la seguente frase: «Sono d'accordo con i contenuti dell'articolo di Luciano Corso "Riforma Gelmini: un punto che non va"», pubblicato sulla rivista MatematicaMente n. 139 giugno 2009».

[B.1] Le informazioni contenute in questo articolo per quanto concerne la Riforma Gelmini sono state tratte da: Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca – Schema di regolamento recante norme concernenti il riordino degli istituti tecnici ai sensi dell'articolo 64, comma 4, del decreto legge 25 giugno 2008, n. 112, convertito dalla legge 6 agosto 2008, n. 133 – reperibile presso il MIUR

[6] Vicepresidente nazionale della Mathesis, docente di Matematica Applicata presso l'ITIS G. Marconi di Verona, corso di Informatica.