ISSN: 2037-6367

MatematicaMente

Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Alberto Burato, Elisabetta Capotosto, Giovanna Tessari, Carlo Marchiori – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432
e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 162 – uscito il 15 – 09 – 2011

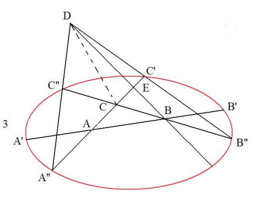

Fig. 3

La storia nucleare inizia a Roma con Fermi nel 1934

di Stefano Geronimo [1]

[*Segue dal numero* 161]

Il mattino del 6 agosto 1945 l'aeronautica militare statunitense lancia la bomba "Little boy" sulla città giapponese di Hiroshima, seguita dal lancio dell'ordigno "Fat Man" su Nagasaki. La necessità di impedire o, quanto meno, di ridurre drasticamente la diffusione delle armi atomiche è stata ben presente sin dall'inizio dell'era nucleare. Infatti i superstiti e soccorritori di Hiroshima e Nagasaki divennero il primo nucleo del pacifismo giapponese nel dopoguerra e da allora il paese nipponico è diventato paladino dell'abolizione delle armi nucleari nel mondo. Nel gennaio del 1946, a pochi mesi dalla distruzione di Hiroshima e Nagasaki, l'Assemblea generale delle Nazioni Unite adotta una risoluzione che impegnava gli Stati membri a non dotarsi di ordigni nucleari e a limitare l'uso dell'energia nucleare a scopi esclusivamente pacifici. Nei fatti la logica dell'equilibrio strategico fra blocchi contrapposti ebbe il sopravvento.

Subito dopo la fine della guerra Enrico Fermi si dedica a studi teorici sulle particelle elementari. Nell'estate del 1954, dopo una breve permanenza in Italia si manifestano i sintomi del cancro. Il 29 novembre 1954 E. Fermi muore di cancro allo stomaco a Chicago nell'Illinois all'età di 53 anni. Il prof. Edoardo Amaldi ebbe a dire durante la commemorazione tenuta a classi riunite il 12 marzo 1955 dall'Accademia dei Lincei:«La sua opera scientifica è così poderosa e geniale, le conseguenze pratiche di alcuni dei suoi lavori sono così importanti e gravi che facilmente chi non abbia avuto la fortuna di conoscerlo è portato a farsi di lui un'immagine molto diversa dal vero. Solo i parenti e gli amici, solo coloro che l'hanno conosciuto sanno che, se da un lato era difficile separare in Enrico Fermi i vari aspetti di scienziato, di ricercatore, di maestro e di uomo, poiché intimamente fusi fra loro, d'altro canto la sua semplicità di gusti e di maniera di vivere, la sua calma serena di fronte ai problemi della vita, la sua mancanza di qualsiasi posa o stranezza di carattere furono qualità umane ancora più notevoli per il contrasto con le sue eccezionali qualità di scienziato».

Con la morte di Enrico Fermi si chiude un periodo glorioso per la scienza ma se ne apre uno nebuloso per tutto il mondo. Durante le tre conferenze internazionali per gli usi pacifici dell'energia nucleare tenuti a Ginevra nel 1955, 1958 e 1964 furono discusse le applicazioni pacifiche di questa fonte energetica. Il potenziale dell'uranio, come fonte di energia, divenne evidente nel 1954 con il varo del primo sottomarino nucleare Nautilus. Successivamente il 1° luglio 1968 USA, Regno Unito e Russia sottoscrissero il T. N. P. (trattato di non proliferazione nucleare), entrato in vigore il 5 marzo 1970, il quale stabiliva: la non proliferazione, il disarmo e l'utilizzo pacifico. Vi aderirono 189 paesi i quali sottoposero il TNP al controllo dell'A.I.E.A. (Agenzia internazionale per l'energia atomica). Nel 1970 l'arsenale atomico mondiale contava più di 38 000 testate nucleari e dopo un picco di 69 440 toccato nel 1986 questo numero si ridusse portandosi a quota 23 000. Nel 1987 un gruppo di ricercatori italiani, G. Rotunno, E. Amaldi, P. De Magistris ed M. Silvestri ed altri scienziati, intuirono che era possibile convertire le armi nucleari, appena dichiarate in disarmo, utilizzando l'uranio in esse contenuto per la produzione di energia pulita, destinando il dividendo economico proveniente da tale conversione in progetti di sviluppo per i paesi poveri del pianeta.

Nasceva così il programma "Conversione delle armi nucleari in progetti di sviluppo nel sud del mondo". Promuovendo e sostenendo tante idee e programmi, questi ricercatori insieme ad un gruppo di personalità del mondo della cultura costituirono il "Comitato per una Civiltà dell'Amore" che grazie ad un incalzante lavoro ha negli anni catalizzato l'attenzione nazionale ed internazionale sulla necessità di uno sviluppo armonico ed una vera pace mondiale. Successivamente la Federazione dei Lavoratori delle Aziende Elettriche Italiane, FLAEICISL ha raccolto e appoggiato favorevolmente il messaggio ed i contenuti di tale progetto.

Il 28 novembre 1989 E. Amaldi, G. Rotunno, E. Sgreccia, M. Silvestri, Renato A. Ricci, V. Torretta ed altri promotori organizzano presso l'università LUISS di Roma il primo convegno italiano avente come programma il disarmo nucleare per una energia a scopo industriale. Nel 1992 si ha il primo Simposio internazionale di scienziati e manager degli USA, Russia, Giappone ed Europa sulla conversione delle armi nucleari in combustibile per le centrali con l'incoraggiamento di Giovanni Paolo II. Lo stimolo più importante verso questa direzione giunge dall'esito positivo dell'accordo stipulato fra USA e Russia nel 1993, con il programma americano "Megatons to Megawatts", col quale si sta producendo combustibile nucleare utilizzando l'uranio arricchito proveniente dallo smantellamento di 20 000 testate nucleari russe. L'aggiornamento del progetto "Megatons to Development" porterebbe alla conversione di 60000 testate nucleari equivalenti a 3 miliardi di tonnellate di petrolio pari a 2 anni di fabbisogno energetico mondiale. Dal canto suo l'ONU sulla scia del programma "Megatons to Megawatts" potrà promuovere un nuovo accordo per la conversione di 8000 testate nucleari in 10 anni, finalizzato alla realizzazione di Risorse per Progetti di Sviluppo nel Sud del mondo contrastando così la fame e la povertà, problemi nei confronti dei quali l'intera umanità è sempre più sensibile a tutti i livelli, dal semplice cittadino fino ai governi e ai loro capi.

Io penso che questo potrà accadere coinvolgendo e influenzando l'opinione pubblica a tutti i livelli: istituzioni internazionali, governi nazionali, gruppi industriali, organizzazioni sociali, religioni, mondo del lavoro, della scuola e dell'università sino ai singoli cittadini.

Riferimenti bibliografici: [B.1] Bernardini Carlo e Bonolis Luisa (a cura di) *Conoscere Fermi, nel centenario della nascita 29 settembre* 1901-2001, Editrice Compositori, Bologna, 2001. [B.2] Istituto d'Istruzione Superiore di via Salvini, *L'Istituto di Fisica e i ragazzi di via Panisperna*, aprile 2001, Fratelli Palombi Editori, Roma. [B.3] Segrè Emilio, *Enrico Fermi, fisico*, 2° Edizione 2009 – Zanichelli Spa, Bologna,1987.

[1] Presidente della sezione di Roma della Mathesis
e-mail: domenico.geronimo@alice.it

La metrica del modello di Klein

di Giovanni Ciammaruconi [2] e Marcello Ciccarelli [3]

Ricordato che

- il **supporto** o **sostegno** del modello è un "disco" aperto (nella figura i punti interni a un'ellisse K);
- gli enti primitivi (il piano, la retta e il punto) sono "tradotti" nel modello euclideo con il seguente **dizionario**: il *piano* X è costituito dalla superficie del disco aperto; i *punti* sono quelli appartenenti alla superficie del disco aperto (P nella figura 1); le *rette* sono le corde del disco private degli estremi (ad esempio AB nella figura 1);

rimane da definire

- la **metrica**, ovvero la funzione che permette di associare a due punti qualunque x, y del piano X un numero reale, loro distanza d, che soddisfa le seguenti proprietà per ogni scel-

ta di x, y, z in X:
1.1) $d(x, y) \geq 0$, 1.2) $d(x, y) = 0 \iff x = y$
1.3) $d(x, y) = d(y, x)$ 1.4) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$.

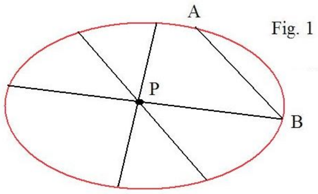

Fig. 1

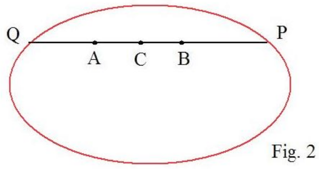

Fig. 2

In questo modello, la distanza non può essere definita come quella euclidea poiché le rette avrebbero, in tal caso, lunghezza finita. Klein definisce allora la distanza d_K di due punti A e B (Fig. 2) come il modulo del logaritmo del birapporto dei punti A, B, P, Q, indicato con (A, B, P, Q), con P, Q punti intersezione della retta per A, B con la conica bordo del supporto del modello: $d_K(A, B) = |\ln(A, B, P, Q)| =$

$$= \left| \ln \frac{(A,B,P)}{(A,B,Q)} \right| = \left| \ln \frac{d_E(A, P) \cdot d_E(B, Q)}{d_E(A, Q) \cdot d_E(B, P)} \right|.$$

Nelle precedenti uguaglianze, come pure nel seguito della trattazione, una scrittura come AP sta a indicare il segmento di estremi A e P, mentre $d_E(A, P)=d_E(P, A)$ è la sua distanza euclidea e $d_K(A,B)$ la distanza dei punti A e B nel modello di Klein. Seguendo le usuali convenzioni, un segmento MN verrà detto *chiuso* o *aperto a sinistra* o *a destra* se contiene o non contiene rispettivamente il suo estremo sinistro M o il suo estremo destro N; verrà detto semplicemente chiuso o aperto se rispettivamente contiene o non contiene simultaneamente entrambi gli estremi M e N. Un punto O si dirà *interno* al segmento MN se appartiene al segmento aperto MN, *esterno* ad esso se non appartiene al segmento chiuso MN. Se, inoltre, come supporremo tacitamente nel seguito, adottiamo la convenzione che B appartenga al segmento chiuso a sinistra e aperto a destra AP (Fig. 2) e di conseguenza che A appartenga al segmento chiuso a destra e aperto a sinistra QB, allora $(A, B, P, Q) \geq 1$ e risulta semplicemente $d_K(A, B) = \ln(A, B, P, Q)$.
La funzione d_K: $X \times X \rightarrow IR$ soddisfa tutte le proprietà di una distanza:
2.1) $d_K(A, B) = |\ln(A, B, P, Q)| \geq 0$
2.2) $d_K(A, B) = 0 \Leftrightarrow A = B$; infatti $(A, A, P) = (A, A, Q) = 1$ e dunque $d_K(A, A) = \ln((A, A, P) / (A, A, Q)) = \ln 1 = 0$; se poi $d_K(A,B)=0$ allora $(d_E(A,P) \cdot d_E(B,Q)) / (d_E(A,Q) \cdot d_E(B,P)) =$
$((d_E(A,B)+d_E(B,P)) \cdot (d_E(A,B)+d_E(A,Q)) / (d_E(A,Q) \cdot d_E(BP))) = 1$,
che equivale a $d_E(A,B)^2 + d_E(A,B) \cdot (d_E(A,Q)+d_E(B,P)) = 0$,
da cui segue che $A=B$.
2.3) $d_K(A, B) = d_K(B, A)$; infatti dalle note proprietà dei birapporti si ha che $d_K(B, A) = \ln(B, A, Q, P) = \ln(A,B,P,Q) = d_K(A, B)$.
Osserviamo che se $B \rightarrow P$ oppure $A \rightarrow Q$ risulta $d_K(A,B) \rightarrow +\infty$ e dunque la lunghezza delle rette risulta effettivamente infinita, mentre l'ellisse K rappresenta la retta impropria del modello.
Rimane da dimostrare l'equivalente della (1.4) che, per 3 punti arbitrari A, B, C appartenenti al sostegno del modello, è:
2.4) $d_K(A, B) \leq d_K(A, C) + d_K(C, B)$.
Dimostriamo innanzitutto la (2.4) con A, B e C allineati.
C appartiene al segmento chiuso AB. Abbiamo che
$(A,C,P,Q) \cdot (C,B,P,Q) = (A,B,P,Q)$,
che, passando ai logaritmi, diventa
$\ln (A,C,P,Q) + \ln(C,B,P,Q) = \ln(A,B,P,Q)$
e, dunque, per la definizione di distanza data da Klein,
2.4') $d_K(A, B) = d_K(A, C) + d_K(C, B)$.
C è allineato con A e B ed esterno al segmento AB.
Si hanno due sottocasi:
I) C è interno al segmento BP:
$d_K(A, C) + d_K(C, B) = d_K(A, B) + 2 \cdot d_K(B, C) > d_K(A, B)$,
II) C è interno al segmento AQ:
$d_K(A, C) + d_K(C, B) = d_K(A, B) + 2 \cdot d_K(A, C) > d_K(A, B)$.
La (2.4) è così dimostrata per punti allineati, valendo l'uguaglianza se e solo se C appartiene al segmento chiuso AB.

Passiamo ora a trattare il caso in cui A, B, C non siano allineati, cioè costituiscano i vertici di un triangolo interno all'ellisse (Fig. 3). Diamo le seguenti indicazioni:
La retta AB intersechi l'ellisse K nei punti A', B'; la retta AC intersechi l'ellisse K nei punti A'', C'; la retta CB intersechi l'ellisse K nei punti C'', B''. Sia poi D il punto d'intersezione delle rette $A''C''$ e $B''C'$, il quale è necessariamente esterno all'ellisse K e può eventualmente appartenere alla retta impropria del piano euclideo ampliato contenente il sostegno del modello. Dal punto D proiettiamo i punti C, B, B'', C'' (della retta CB) sulla retta $A''C'$, ottenendo rispettivamente i punti C, E, C', A'' (Fig. 3). Tramite l'assioma di Pasch è facile dimostrare che E, proiezione di B su $A''C'$, è interno al segmento CC'. Poiché il birapporto di quattro punti di una retta rimane invariato per operazioni di proiezione e sezione, si ha $(C,B,B'',C'')=(C,E,C',A'')$ che passando ai logaritmi diventa $\ln(C,B,B'',C'')=\ln(C,E,C',A'')$.

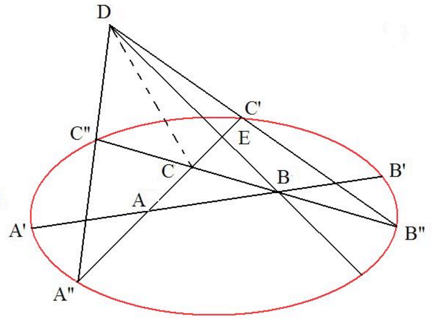

Fig. 3

Ricordando la definizione di distanza fra due punti data da Klein, dalla precedente si ha:
(*) $d_K(C, B) = d_K(C, E)$.
Ma sulla corda $A''C'$ possiamo considerare anche le distanze dei punti A,C e C,E (Fig: 3); per la proprietà additiva della metrica d_K dimostrata con la (2.4') si ha $d_K(A,E)=d_K(A, C)+d_K(C, E)$ che per la (*) diventa
(**) $d_K(A, E) = d_K(A, C) + d_K(C, B)$.
Per completare la dimostrazione rimane da fare un ultimo ragionamento. Sia F il punto d'intersezione delle rette $A''A'$ e $B'C'$ (Fig. 4). Si può dimostrare che è esterno all'ellisse bordo del sostegno del modello e all'angolo convesso $C'\hat{D}C''$ e può eventualmente giacere sulla retta impropria del piano euclideo ampliato contenente il sostegno del modello. Ripetendo la costruzione di Fig. 3,

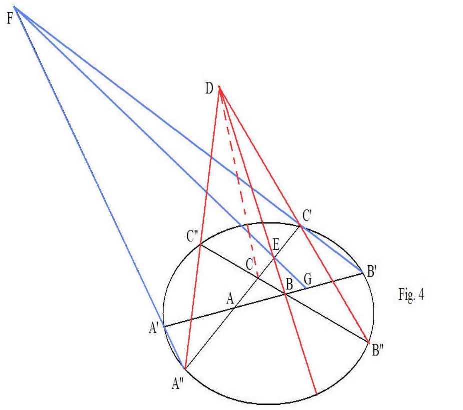

Fig. 4

proiettiamo da F i punti allineati A, E, C', A'' della retta AC sulla corda $A'B'$. Si ottengono rispettivamente i punti A, G, B', A'. È possibile dimostrare, sfruttando l'assioma di Pasch, che G (immagine di E) è interno al segmento BB'. Per l'invarianza del birapporto di quattro punti per operazioni di proiezione e sezione, si ha: $(A,E,C',A'') = (A,G,B',A')$; e passando ai logaritmi naturali si ottiene: $\ln(A,E,C',A'') = \ln(A,G,B',A')$.
Ricordando la definizione di distanza fra due punti data da Klein si ha: $d_K(A, E) = d_K(A, G)$; e dunque
(***) $d_K(A, E) = d_K(A, B) + d_K(B, G)$.
Ricordiamo che per il punto D, centro di proiezione sempre sulla retta $A'B'$, vale la relazione (**).
Confrontando le espressioni (***) e (**), si ottiene
$d_K(A, B) + d_K(B, G) = d_K(A, C) + d_K(C, B)$
$d_K(A, B) < d_K(A, C) + d_K(C, B)$.
La disuguaglianza triangolare è così dimostrata.
[*Segue al numero* 163]

[2] Dottore in matematica di Latina. [3] Presidente della sezione Mathesis di Latina, email: marcello.ciccarelli@gmail.com