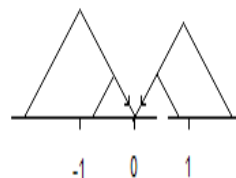


MatematicaMente

ISSN: 2037-6367



Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Alberto Burato, Elisabetta Capotosto, Carlo Marchiori, Giovanna Tessari – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 – e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 170 – Pubblicato il 13 – 07 – 2012

John Nash dal Nobel all'Oscar

Matematica, follia e genialità nella vita del Premio Nobel portato sullo schermo da Russell Crowe

di Gianfranco Gambarelli ^[**]

QUALCHE TESTIMONIANZA PERSONALE

[Segue dal numero 169]

Gerusalemme

Incontrai per la prima volta Nash a Gerusalemme nell'estate del '95, in occasione dei festeggiamenti per il compleanno di Robert Aumann, che avevo conosciuto a Capri qualche anno prima. Si trattava della seconda uscita di Nash da Princeton dopo i lunghi decenni trascorsi in ospedale e la cerimonia del Nobel. Si stava lentamente riprendendo e riacquistava interesse per la Teoria dei Giochi.

Aumann e altri studiosi gli avevano fatto, in pochi giorni, una sintesi dei progressi di tale teoria negli ultimi quarant'anni ed egli si appassionava in particolare agli sviluppi dei Giochi cooperativi. Per vari motivi conoscevo Selten e Harsanyi; fu così che gli venni presentato. Seduti su una panchina di pietra in un giardino fiorito, parlammo con tranquillità e lunghe pause per una mezz'ora. Era un piacere sentirlo raccontare con semplicità le sue impressioni sul viaggio, le suggestioni di Gerusalemme, la cerimonia del Nobel (*"C'era una gran confusione, mi portavano in macchina di qua e di là, poi Harold fece la mia presentazione ufficiale, ricevetti il premio e mi trovai a stringere tante mani"*). Si capiva che aveva ancora alcune difficoltà relazionali, era comunque ben felice della svolta che aveva preso la sua vita.

La busta gialla

Riuscii anche a essergli utile, perché la sua assenza dalle attività scientifiche degli ultimi decenni gli aveva impedito di seguire un campo su cui si stava appassionando: il "valore di un gioco". Da parte mia, mi ero occupato molto dell'argomento fin da studente, quando il mio relatore Giorgio Szegő, nel corso di un convegno a Varenna, mi aveva presentato a Shapley e da quell'incontro era uscito, su *"Optimization"*, il primo algoritmo per il calcolo rapido dello "Shapley value".

Dopo una lunga parentesi di lavoro in banca, avevo ripreso in mano i Giochi cooperativi e in particolare i più recenti "valori", arrivando (con l'aiuto dei miei collaboratori Cesarino Bertini e Isabella Stach) a costruire una formula generale in grado di unificarli. Fu così che potei fargli un po' da consulente quando iniziò a lavorare alla costruzione di un nuovo "valore di Nash" a tutt'oggi non completato. Ne uscirono alcune bozze che ricevetti in una busta gialla.

Nella pagina introduttiva egli mi faceva questo onore: *"Ora, in dicembre, sto per spedire questo lavoro alle persone che ho ivi citato; Gambarelli, Gomes, Shapley e Selten; richiedendo i loro commenti"* ⁽⁵⁾.

Oltre alle fasi di consulenza di cui sopra, alcuni miei risultati lo hanno direttamente interessato. Ricordo in particolare una sua recente e-mail in cui mi chiedeva notizie di un lavoro che avevo presentato a Bilbao (poi uscito su *International Game Theory Review*) perché voleva citarlo in una sua successiva pubblicazione ⁽⁶⁾.

Bergamo

Stava nascendo una forte simpatia fra noi. Non fu quindi per me una sorpresa ricevere la sua adesione al convegno che stavo organizzando a Bergamo nel marzo 1996. Era la sua terza uscita da Princeton, dopo Stoccolma e Gerusalemme. Ritrovai in lui una grande carica di entusiasmo e di curiosità per tutti gli aspetti della vita che gli erano mancati in passato: ad esempio volle subito accompagnarmi a una partita di pallavolo ove giocava mio figlio Daniele e seguì con passione e interesse la competizione, chiedendomi informazioni su regole e strategie. Il convegno riuniva studiosi illustri: da William Lucas a Ehud Kalai (editori scientifici delle due più importanti riviste di Teoria dei Giochi) a Guillermo Owen, con cui avevo iniziato a lavorare sul controllo azionario indiretto. Tutti i partecipanti guardavano con affetto e timore reverenziale questo vecchietto gentile, alto e magro, abbigliato in modo un po' "casual", che rappresentava un momento tanto importante nella storia della Matematica e dell'Economia. Era poi una fortissima emozione vederlo seguire con curiosità le sezioni sui "raffinamenti degli equilibri di Nash" ove venivano presentati i più recenti sviluppi dei suoi studi di quarant'anni prima, sviluppi che lui aveva fino allora ignorati. La sua relazione, che avevo strategicamente posta alla fine della manifestazione, portò un'emozione ancora più forte. Occorre precisare che la sua assenza dai convegni degli ultimi decenni aveva indotto in molti partecipanti la convinzione che egli non fosse più vivo da tempo. Nel vederlo, gesso alla mano, esprimere con esile voce le sue argomentazioni, si aveva l'impressione di sentir parlare Cartesio, Lagrange ... la Storia. Quando, infine, pronunciò il breve saluto di chiusura, fui talmente sopraffatto io pure dall'emozione, che doveti ricominciare da capo un paio di volte. Portai in seguito i convegnisti alla "Trattoria dell'Alpino" per una cena rustica. Ricordo che in quell'occasione Marilù Petit chiese a Nash quali fossero i risultati di cui era autore, che egli riteneva più significativi; egli citò la soluzione cooperativa, in quanto gli "equilibri di Nash" erano, a suo parere, abbastanza ovvii. I rapporti di Nash con Bergamo proseguirono anche l'anno seguente. Dopo una breve apparizione a Washington, il suo quinto viaggio fu ancora qui. Tornò a trovarci nel giugno 1997 insieme a Harold Kuhn, che mi aveva in passato ospitato a Princeton e che già conosceva Bergamo (ricordava in particolare una serata di festeggiamenti per il ritorno dell'Atalanta in serie A); qualche anno dopo avremmo conferito a Kuhn e a Szegő la laurea *honoris causa*. Nash rimase da noi per una settimana cercando di mettere a punto il suo nuovo modello e volle tornare più volte all' "Alpino", dove si sentiva ormai di casa.

Ancora in Italia

Dopo il suo rientro iniziammo a scambiarsi numerose e-mails. Talora mi raccontava problemi di famiglia, talora faceva qualche commento (anche divertente) su fatti di cronaca italiana; altre volte mi parlava di qualche sua nuova idea in campo matematico. Tornò in Italia in altre circostanze; in particolare partecipò ai funerali di Ennio De Giorgi, con cui aveva instaurato un rapporto di amicizia. Ci scambiammo varie considerazioni in proposito: Nash ricordava il momento di desolazione quando gli fu riferito del teorema uscito pochi mesi prima del suo in un giornale italiano di piccola tiratura. Da parte mia, ricordavo un'occasione in cui De Giorgi mi era venuto in aiuto: un convegno nazionale di Matematica applicata ove a-

vevo sostenuto l'opportunità di insegnare ai nostri studenti alcuni elementi di Logica formale. Alla compatta reazione dei "baroni" del mio raggruppamento, egli diede con la sua vocetta esile e piena di intercalari una lunga risposta che zitti tutti (anche per via della sua posizione indiscussa) e creò qualche problema a me (alla vigilia dei concorsi accademici...) ma alla fine tutto si aggiustò. Per la cronaca, insegno tuttora un po' di Logica alle mie matricole.

Ancora a Bergamo

Nel marzo 2008 tornò a Bergamo in occasione di una conferenza congiunta con me, Aumann e Piergiorgio Odifreddi, organizzata a Brescia da Riccardo Venchiarutti per conto dell'Istituto ISEO. Gli ospiti, accompagnati dalle mogli, vollero pernottare a Bergamo e cenarono a casa mia. Tornò anche nell'ottobre 2009 e in quell'occasione volle conoscere la famiglia di mia sorella Edelweiss (sei figli e sei nipoti) che lo accolse a capotavola di una bellissima cena, nel corso della quale egli scattò numerose fotografie che avrebbe poi inviato a tutti.

Nel frattempo le sue conferenze avevano acquisito scioltezza e sicurezza; alla fine Nash rispondeva senza problemi alle domande del pubblico. La fama datagli dal film e i conseguenti inviti in tutto il mondo avevano completato il miracolo.

Testi originali e fonti: (1) "It happened that I was working in parallel with Ennio de Giorgi of Pisa, Italy. And de Giorgi was first actually to achieve the ascent of the summit (of the figuratively described problem), at least for the particularly interesting case of elliptic equations", Nash, John F. Jr. "Autobiography" Les Prix Nobel 1994. Stockholm: Norstedts Tryckeri, 1955, p. 278. (2) Bonvento, Barbara "Una bellissima mente", Periodico di Matematiche, VII, 6, 2, 1999, p. 98. (3) "While Nash the man remained frozen in a dreamlike state, a phantom who haunted Princeton in the 1970s and 1980s scribbling on blackboards and studying religions texts, his name began to surface everywhere - in economics textbooks, articles on evolutionary biology, political science treatises, mathematics journals", Nasar, Sylvia. *A beautiful mind*. New York: Simon & Shuster, 1 ed. 1998, p. 19. (4) "What redeemed him was a clear, logical, beautiful mind". Nasar, Sylvia and Harold Kuhn. *The essential John Nash*. Princeton: Princeton University Press, 2002, p. xii. (5) "Now, in December, I am just sending this to names mentioned in the text; Gambarelli, Gomes, Shapley and Selten; and inviting comments". (6) "I am working now, again, after an interruption, on preparing for a publication describing the first stage of my work with "Agency Models" for applying something akin to the old "Nash Program" to cooperative CF games (of three players) described by a characteristic function. I wanted to include among the references your work on "Transforming games from characteristic into normal form" along with other citations illustrative of routes followed by various researchers concerned with the general problem (like Harsanyi was) of effectively studying cooperative games of more than two players. But I was not able to find your paper in other than a "working paper" form or as a published abstract. If there is a publication location (even if it hasn't appeared yet) then I could use that in my list of references".

Questo lavoro è una versione ampliata e aggiornata di articoli pubblicati su *Didattica delle Scienze, Atti del Congresso Nazionale Mathesis di Bergamo e Atti dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo*.

[**] Professore ordinario di Matematica, Teoria dei Giochi e delle Decisioni nella Facoltà di Economia dell'Università degli Studi di Bergamo. <http://dinamico.unibg.it/dmsia/staff/gambar.html>

MATHESIS

Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche

CONGRESSO NAZIONALE

Rovigo 18 - 20 ottobre 2012

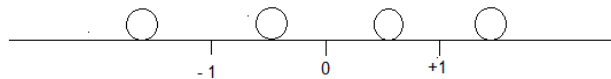
Didattica della Matematica: idee ed esperienze al confronto

Sede: Accademia dei Concordi

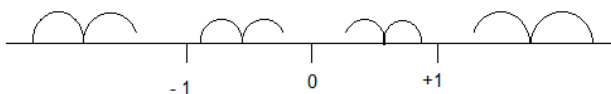
Contatti: comitatocongresso@mathesisnazionale.it
www.mathesisnazionale.it

Biforcazione in $h: x \rightarrow ax$

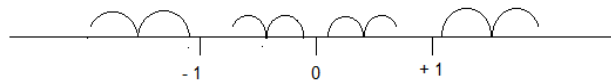
Sia $h: x \rightarrow ax$ una mappa, con x e $a \in \mathbb{R}$. Per quali valori di a questa mappa presenta una biforcazione? In generale essa presenta un solo punto fisso per $x = 0$. Il comportamento della mappa per $x \neq 0$ dipende da a . Il passaggio di a in 1 porta la mappa a cambiare il suo comportamento nel punto fisso $x = 0$ che da attrattore passa a repulsore. Ciò identifica una biforcazione del comportamento della mappa in $a = 1$. Presentiamo graficamente questo diverso comportamento in un digramma a una dimensione:



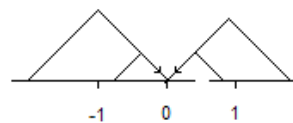
Per $0 < a < 1$ per ogni x_0 di partenza, la mappa porta iterativamente verso lo zero che diventa un punto attrattore.



Per $a > 1$, la mappa porta da un punto iniziale $x_0 > 0$ a $+\infty$ e da ogni punto $x_0 < 0$ a $-\infty$.



Per $a = 0$, da ogni punto x_0 si arriva direttamente a $ax = 0$.



Così, anche una mappa molto semplice, come $h: x \rightarrow ax$, presenta una biforcazione. (L. C.)

Sull'infinità dei numeri primi

In una lettera datata 20 luglio 1730 indirizzata a Leonhard Euler, il matematico tedesco Christian Goldbach scrive: "... ex eo quidem certe sequitur omnes numeros seriei Fermatianae esse inter se primos ...". I numeri di Fermat, cioè gli interi nella forma

$$F_n = 2^{2^n} + 1, \quad n = 0, 1, \dots$$

sono dunque a due a due coprimi!

La dimostrazione è semplice. Basta osservare, utilizzando il principio d'induzione, che

$$\begin{aligned} F_n - 2 &= 2^{2^n} - 1 = (2^{2^{n-1}} + 1) \cdot (2^{2^{n-1}} - 1) = \\ &= F_{n-1} \cdot (F_{n-1} - 2) = F_{n-1} \cdot F_{n-2} \cdots F_1 \cdot F_0, \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Ora, se d è un divisore di F_k e F_n (con $k < n$), per la (1) d deve dividere 2. Ma d non può essere 2, perché i numeri di Fermat sono dispari, quindi necessariamente $d = 1$. Questa proprietà dei numeri di Fermat ha una conseguenza immediata. Consideriamo, infatti, un fattore primo p_i per ogni F_i . Poiché questi fattori sono tutti distinti, cioè $p_i \neq p_j$ se $i \neq j$, possiamo concludere che i numeri primi sono infiniti.

Quella presentata è solo una delle tante dimostrazioni che hanno seguito la proposizione 20 di Euclide (Elementi IX). Tra le più belle e recenti val la pena ricordare anche quella di Harry Fürstemberg (*On the Infinitude of Primes*, Amer. Math. Monthly 62, 1955, p. 353) e quella di Paul Erdős (*Über die Reihe $\sum 1/p$* , disponibile all'indirizzo www.renyi.hu/~p_erdos/1938-13.pdf consultato il 10/07/2012). (A.B.)