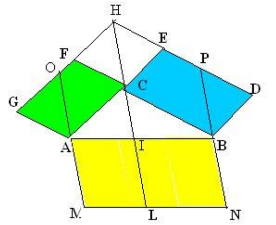
ISSN: 2037-6367

MatematicaMente

Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso – Redazione: Alberto Burato, Fabrizio Giugni, Michele Picotti, Sisto Baldo – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel. e fax (045) 8344785 – 338 6416432 – e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio – Numero 201 – Pubblicato il 03 – 06 – 2015



Spunti sul *Teorema di Pitagora* - 1

di Gabriele Lucchini [1]

Mi è capitato, più volte, di constatare una sottovalutazione o un fraintendimento della importanza del ***Teorema di Pitagora*** e l'ignoranza di alcuni suoi aspetti, anche tra insegnanti in servizio o in preparazione e tra docenti universitari.

Un quesito, che si è rivelato particolarmente "cattivo", è «Qual è ***l'ipotesi nascosta*** (o ***sottintesa*** [2]) del Teorema di Pitagora?»: come per domande o spunti successivi, invito il lettore a cercare di rispondere prima di guardare le mie indicazioni.

Altri due quesiti risultati "cattivi" sono: «Sono note ***generalizzazioni*** del *Teorema di Pitagora*?», «Quale interesse ha la parola ***metrica*** in relazione al *Teorema di Pitagora*?».

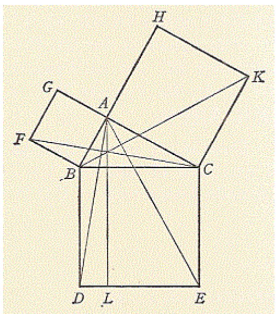


Fig. 1

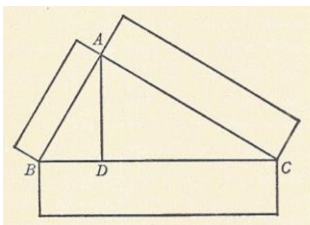


Fig. 2

Molti sanno che il *Teorema di Pitagora* è proposto (non con questa denominazione) negli *Elementi di Euclide*, ma non tutti ne conoscono la collocazione con due enunciati nel primo libro [3] alle proposizioni 47 e 48 della ricostruzione, divenuta di riferimento, di Johan Ludvig Heiberg negli *Euclidis Elementa* [4].

Riporto gli enunciati di queste proposizioni e la figura 1 da *Gli Elementi di Euclide* a cura di Attilio Frajese e Lamberto Maccioni [5].

I, 47 – *Nei triangoli rettangoli il quadrato del lato opposto all'angolo retto è uguale alla somma dei quadrati dei lati che comprendono l'angolo retto.* [6]

I, 48 – *Se in un triangolo il quadrato di uno dei lati è uguale alla somma dei quadrati dei rimanenti due lati del triangolo, l'angolo che è compreso dai due rimanenti lati del triangolo è retto.*

Pochi, invece, mostrano di sapere che Euclide riprende l'argomento nella proposizione 31 del sesto libro; dalla fonte predetta riporto l'enunciato e la figura 2.

VI, 31 – *Nei triangoli rettangoli la figura descritta sul lato opposto all'angolo retto è uguale alla somma delle figure simili e similmente descritte sui lati che comprendono l'angolo retto.*

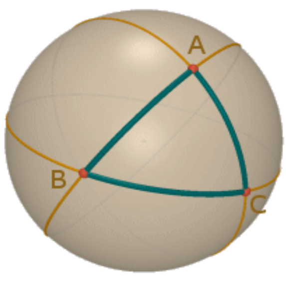


Fig. 3

Se si tiene presente il fatto che entrambi i libri riguardano la *Geometria del piano*, è facile comprendere che l'***ipotesi sottintesa*** (o ***nascosta***) è quella di riferirsi al piano; ovviamente, può essere utile pensare a un triangolo sferico, anche con riferimento alla approssimazione della Terra con una sfera [7] (Fig. 3).

La proposizione VI, 31 è la *generalizzazione* del teorema di Pitagora per figure costruite sui lati di un triangolo rettangolo: particolarmente suggestivo è il caso della scomposizione del triangolo in due triangoli simili mediante l'altezza relativa alla ipotenusa [8] (Fig. 4).

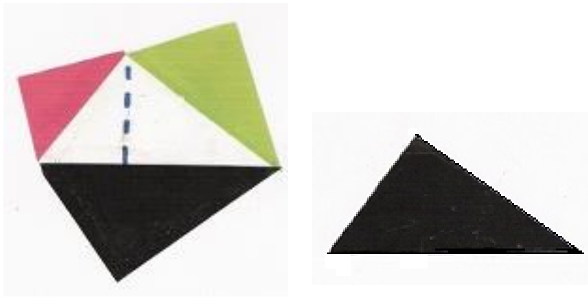


Fig. 4

Una *generalizzazione* che riguarda il passaggio a triangoli non rettangoli è quella del teorema di Pappo (IV, 1), che richiamo riprendendo figura (Fig. 5) e testo dal sito del *Progetto Polymath* [9].

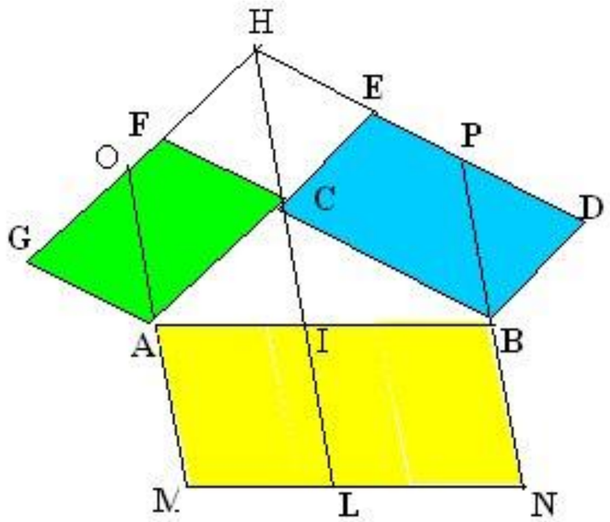


Fig. 5

Dato un triangolo qualsiasi ABC, costruiamo sui suoi cateti i parallelogrammi BDEC e ACFG. Inoltre prendiamo il segmento IL uguale a HC e costruiamo il parallelogramma ABNM con i lati AM e BN paralleli e uguali a IL. Poiché due parallelogrammi con la stessa base e la stessa altezza sono equivalenti, abbiamo che BDEC è equivalente a BPHC e che quest'ultimo è equivalente a BILN. Quindi BDEC è equivalente a BILN. In modo analogo si dimostra che ACFG è equivalente a AMLI. La somma di BDEC e ACFG è dunque equivalente a AMNB.

Ritengo che sul passaggio a triangoli non rettangoli, rispetto al teorema di Pappo, siano ben più note le relazioni tra i lati del triangolo in funzione degli angoli e non mi soffermo sull'argomento, segnalando che informazioni sono reperibili anche in *internet*.

Nell'ambito del passaggio a misure dei lati, mi pare interessante proporre la seguente figura [10] che, accettando sovrapposizioni, può – ovviamente – essere proseguita indefinitamente e nella quale, isolata dal contesto nel quale è introdotta, possono essere evidenziati i numeri interi (Fig. 6).

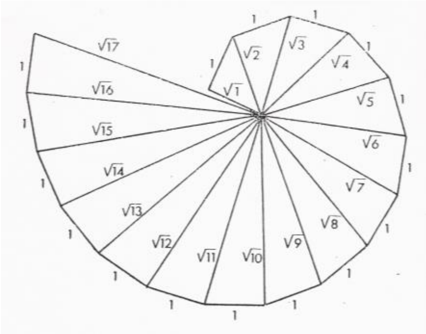


Fig. 6

Mi pare che sarebbe interessante costruire anche una figura con soltanto i segmenti di lunghezza 1 (compreso quello indicato con $\sqrt{1}$), andando ben oltre $\sqrt{17}$.

Il passaggio alle misure dei lati del triangolo porta a dare risposta al terzo quesito, quello su ***metrica***, intesa non come struttura ritmica di un componimento poetico, ma – dicendolo alla buona – come criterio per definire la distanza fra due punti (Fig. 7).

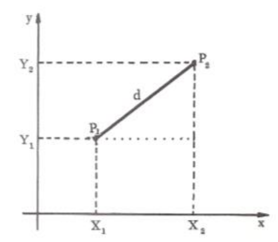


Fig. 7

Ritengo che sia superfluo soffermarsi sulla formula

$\sqrt{[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2]}$

e che basti ricordare che la distanza può essere definita anche in altri modi, come per esempio nella cosiddetta distanza del taxista dove è

$| x_2 - x_1 | + | y_2 - y_1 |$.

Mi pare evidente che il Teorema di Pitagora risulta la scelta per caratterizzare con la distanza pitagorica la metrica del cosiddetto piano euclideo, con ipotesi implicite, come implicita risulta qui l'ipotesi che il taxista abbia le strade opportune (e, forse, nella realtà che diano un percorso competitivo con gli altri possibili).

[1] Già docente dell'Università degli Studi di Milano.
E-mail: gabriele.lucchini@unimi.it.
Sarò grato di osservazioni e suggerimenti.
[2] Ritengo che per "sottintendere" occorra "conoscere".
[3] E qualcuno confonde "libro" con "volume".
[4] Teubner, Lipsia, cinque volumi pubblicati tra il 1883 e il 1888 (2358 pagine).
[5] Torino, UTET, ristampa 1988 dell'edizione 1970 (1046 pagine).
[6] Non mi soffermo su critiche alla dimostrazione.
[7] Ho ripreso l'immagine dalla *home page* in *internet* di Paolo Lazzarini.
[8] Molto suggestivo è, anche, il cortometraggio di Paul Libois *Le triangle de Pythagore*: non risultandomi attualmente fruibile in Italia, rimando all'indirizzo: http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/l-libois.htm.
[9] Il *Progetto Polymath* (Politecnico di Torino) ha nel suo sito *Gli appunti per una lezione* di Federico Peiretti in undici capitoli: 1) Il "teorema di Pitagora" non è di Pitagora, 2) Pitagora e i pitagorici, 3) Numeri matematici, misticismo e magia, 4) La Tetraktis e il Pentagramma, 5) Il teorema di Pitagora nell'antichità, 6) Le mille dimostrazioni del teorema di Pitagora, 7) Non solo triangoli, 8) Terne pitagoriche, 9 Oltre le terne pitagoriche, 10) Il teorema di Fermat, 11) Gli incommensurabili. Non numerato, segue un capitolo "Per saperne di più" (su carta, sul web).
[10] È la fig.75 di *Attraverso la storia della matematica* di Attilio Frajese, Firenze, Le Monnier, ristampa 1971 della prima edizione del 1969.

L'Ottocento nei libri di Storia per le scuole medie superiori

di Luciano Corso

L'Ottocento può essere considerato uno dei secoli più significativi per la storia del pensiero scientifico e tecnologico. L'elenco dei passaggi più importanti del secolo è molto lungo; qui possiamo indicarne sinteticamente alcuni. Intorno al 1810 Gauss e Laplace arrivano in modo indipendente alla definizione di uno dei modelli probabilistici più importanti della storia: la distribuzione di probabilità Normale (questo nome è stato dato al modello, successivamente, da Francis Galton) la cui portata esplicativa del comportamento di gran parte delle variabili relative a fenomeni naturali è enorme. Nel 1827 Robert Brown scopre che in catini riempiti di acqua ferma, se si pone del polline in superficie, questo tende a muoversi a caso sull'acqua (questo effetto venne poi chiamato moto browniano). È la prima osservazione sperimentale scientifica dell'esistenza del brusio atomico. Nel 1830 Faraday mise a punto il primo generatore elettromagnetico di corrente elettrica e da quel momento pullularono le applicazioni utilissime per l'umanità. Nel 1838 Antoine-Augustin Cournot pubblica un lavoro in cui sono presentate in maniera analitica e grafica le leggi economiche della domanda e dell'offerta di beni in funzione del livello generale dei prezzi: nasce così l'economia matematica e la scuola marginalista (Vilfredo Pareto, Léon Walras) che tenta di uscire da una concezione solo filosofica dell'Economia (A. Smith e altri). Oggi, l'Economia che conta è sempre meno filosofica e sempre più matematica. Nel 1884 nasce la prima vettura con motore a scoppio alimentato da benzina (Enrico Bernardi); è certo che il motore ha reso meno faticoso il lavoro e l'automobile moderna ha avvicinato i popoli, ha dato più libertà di movimento alla donne.

Nel 1853 Lambert Adolphe Jacques Quételet organizza il primo Congresso Internazionale di Statistica che rappresenta la nascita ufficiale della disciplina. Nella prima metà del secolo si assiste alla crisi della geometria euclidea e alla nascita di altre geometrie: la prolusione di Bernhard Riemann (1854) corrisponde a una autentica rivoluzione del pensiero geometrico. Nel 1859 viene pubblicato «l'Origine delle specie» di Charles Darwin che sconvolge le conoscenze biologiche e le idee sull'origine della vita sulla Terra. Con Gregor Johann Mendel, nel 1865, nasce la genetica; è utile ricordare che quando espose i suoi risultati nessuno riuscì a comprendere la loro portata. Ciò accade spesso quando l'innovazione apportata da una teoria è straordinaria e va oltre le conoscenze del tempo. Inutile soffermarsi sulle implicazioni moderne di questa disciplina. Nello stesso periodo (1869) appare la tavola periodica degli elementi di Mendeleev-Meyer; essa fa corrispondere, in modo preciso per la prima volta nella storia, le caratteristiche chimiche degli elementi presenti sulla Terra al loro numero atomico. Da quel momento si segna il passaggio da una chimica di tipo quasi alchimistico a una di tipo scientifico. Nell'Ottocento nasce ufficialmente un'importante parte della Fisica "la Termodinamica" e si acquisisce uno dei concetti più significativi di questa parte: l'entropia. Nel 1887 con un esperimento, Michelson-Morley dimostrano che l'etere non esiste e che le leggi meccaniche della fisica classica hanno delle anomalie quando si ha a che fare con la luce (con corpi che si muovono a velocità relativistiche). La risposta a questa crisi, come è noto, fu data nei primi del Novecento da A. Einstein con la sua teoria della relatività. Nella seconda metà del secolo, dopo la crisi della geometria, si tenta di sistemare la Matematica (fondamento di ogni scienza) a partire dal concetto di insieme e di numero (Georg Cantor, Giuseppe Peano, Gottlob Frege, Julius Wilhelm Richard Dedekind, ecc.). Importanti furono anche i contributi di Louis Pasteur e Robert Koch per lo studio epidemiologico di molte patologie; in particolare, nacque in questo secolo la moderna microbiologia.

Le poche righe a disposizione non bastano a continuare l'elenco dei risultati scientifici e tecnologici ottenuti in questo secolo e le conseguenze sullo sviluppo della dignità umana e del suo benessere sociale. Ma che troviamo nei libri di storia? Niente o pochissimo di tutto ciò. Nei libri di storia per i Licei si leggono sempre le solite parate di vicende di guerra, di Stati perennemente protesi a dividersi il mondo, di ribellioni, di uomini pronti a scannarsi (o a mandare al macello altri uomini), per il potere, di evoluzioni artistiche letterarie, figurative e filosofiche. Sarebbe bene che i manuali di Storia per le scuole medie superiori dessero informazioni significative riguardo allo sviluppo umano vero che, contrariamente a quanto credono i più, è sempre stato fortemente connesso alle conquiste scientifiche e tecnologiche.