

Spunti sul *Problem solving* ^[1]

di Gabriele Lucchini ^[2]

Il primo spunto è l'invito a leggere le due voci enciclopediche *problem solving* proposte da Google (Wikipedia e Treccani), anche come stimolo a riflettere su varietà di impostazioni e di scelta di indicazioni bibliografiche e come modo per evitare di soffermarsi su denominazione e terminologia collegata ^[3].

Il secondo spunto è accostare alla domanda "come risolvere i problemi?", che è classica per l'insegnamento della Matematica ^[4] (anche se attualmente un po' ingenua), quella "perché un problema è un problema?", meno classica ma orientativa su studi della Psicologia sperimentale ^[5].

Dando per note riflessioni sulla prima domanda ^[6], darò alcune indicazioni sulla seconda – che sono un invito a considerare l'opportunità di segnalazione esplicita di possibili difficoltà, almeno con esempi – dopo, però, aver proposto come terzo spunto la trattazione di un classico problema presentato da Giuseppe Peano (Spinetta di Cuneo, 27 agosto 1858 – Torino, 20 aprile 1932, Fig. 1) ^[7] nel suo molto apprezzato libro *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (Fig. 2) ^[8].



Fig. 1



Fig. 2

Il problema (n. 10, p. 60) è il seguente:

«Data l'altezza dell'albero maestro di una nave trovare l'età del capitano».

Invito a considerarlo prima di leggere la trattazione di Peano. È questo un celebre esempio di problema, dato come insolubile. Il filosofo-matematico Richard se ne occupò nella *Revue de Métaphysique et de Morale* 27(3): 355-369 (1920). Il problema si risolve sapendo che quella nave si trovava presso Genova; alla capitaneria di porto trovasi la descrizione delle navi che frequentano il porto. Da questo registro deduciamo il nome della nave; in altro registro leggiamo il nome del capitano, e dall'ufficio di anagrafe ricaviamo la sua età. Quasi tutti i problemi che si presentano in pratica sono della natura di questo. Chi deve risolverli, cercherà gli elementi che mancano; ovvero li assumerà, dicendo ben chiaro che cosa suppone. Così il problema «dato lo statuto di una società di assicurazione, trovarne il funzionamento futuro», è della natura considerata.

Segnalo, per chi non lo sapesse, che il problema è collegabile a quello che Gustave Flaubert aveva proposto in una lettera alla sorella ^[9] e che in Francia ha dato origine a una espressione di uso comune (*"l'âge du capitain"*) per indicare una domanda che non ha alcun rapporto con i dati dei quali si dispone, adottata da Stella Baruk come titolo di un libro sugli errori in Matematica ^[9].

Passando alla domanda

"Perché un problema è un problema?",

sviluppo l'invito a porsela con tre esempi, che con esperienze personali ho constatato variamente significativi.

Per stimolare ad affrontare i tre problemi, o almeno a considerarli, li propongo subito nella formulazione che riprenderò nella trattazione.

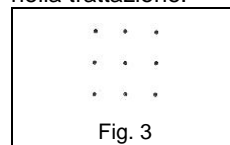


Fig. 3

1) Dati 9 punti, il problema consiste nel tracciare quattro linee in modo da toccare tutti e 9 i punti ma senza mai sollevare la matita dalla carta né ripassare più volte sulla stessa linea (Fig. 3).

2) Quattro palline sono eguali per forma, colore, dimensioni, ma una ha peso diverso; cercate di individuare questa pallina, avendo a disposizione una bilancia a due piatti, e potendo effettuare due sole pesate.

3) Uno yacht è ancorato in un punto P, a 200 metri da un muro frangiflutti RS lungo 400 metri; il capitano dello yacht vuole raggiungere, con un motoscafo, prima il muro RS per imbarcare un

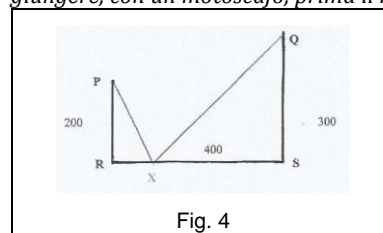


Fig. 4

passaggero, e poi un altro yacht ancorato in Q, a 300 metri dal muro RS. In quale punto X di RS conviene che si trovi il passeggero, supponendo che per PX e XQ la velocità sia la stessa? (Fig. 4)

Il primo esempio è «il noto problema dei nove punti di Maier» (p. 22 del capitolo di Mosconi e D'Urso citato in nota 5), oggetto di varie utilizzazioni, che mi portò a interessarmi delle implicazioni psicologiche legate alla formulazione del testo, quando un amico (che si occupava di formazione aziendale) mi mise in difficoltà proponendomelo.

Riporto la trattazione dal capitolo "Il ragionamento negli esseri umani" di Norman R. F. Maier nel libro citato in nota 5 ^[10], lasciando al lettore i miglioramenti di formulazione matematica ^[11]; ho adattato in 5 il numero della figura e aggiunto l'ultimo a capo.

Alcuni problemi illustreranno come per risolvere un problema sia più utile cambiare la "direzione", piuttosto che fornire degli elementi che servono da suggerimento.

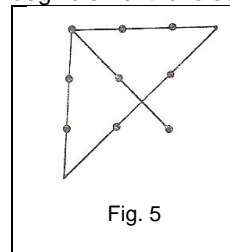


Fig. 5

La soluzione del problema 1 risulta come dalla fig. 5. La difficoltà del quesito consiste nel fatto che, generalmente, tutti i tentativi vengono effettuati mantenendosi nell'area a forma di quadrato in cui sono contenuti i 9 punti, e raramente viene in mente la possibilità di abbandonare tale area.

Se si suggerisce che non c'è bisogno di tenersi entro questo spazio quadrato, si presenta allora tutta una nuova gamma di possibilità e può mutare così la maniera di considerare il problema, rendendo in tal modo possibile la soluzione.

E ancora, si potrebbe chiedere ad un soggetto di fare 4 triangoli equilateri con 6 fiammiferi, avendo ciascun triangolo un fiammifero come lato. È impossibile risolvere questo problema finché non si riconosce che ci vogliono 3 dimensioni e non due.

Il secondo esempio è il «problema delle quattro palline» proposto da Guido Petter (p. 27 del capitolo di Mosconi e D'Urso citato in nota 5), che ho fatto oggetto di varie utilizzazioni ^[12]; lo presento nella trattazione dal capitolo "Procedimenti euristici

nel campo del pensiero produttivo» di Guido Petter nel libro citato in nota 5 [13], aggiungendo una proposta di soluzione [Fig. 6] con visualizzazione [Fig. 7].

[...] Una implicazione parassita del termine «diverso», riferito al peso di un oggetto che venga confrontato con quello di un gruppo di oggetti fra loro eguali per il peso, può essere l'idea che tale oggetto pesi di più degli altri.

Queste implicazioni parassite hanno una esistenza psicologica ben reale. Ad es., su quindici soggetti ai quali è stato posto il problema: «Quattro palline sono eguali per forma, colore, dimensioni, ma una ha peso diverso; cercate di individuare questa pallina, avendo a disposizione una bilancia a due piatti, e potendo effettuare due sole pesate», ben tredici soggetti hanno cominciato col cercare la soluzione nel presupposto che la pallina di peso diverso dovesse essere più pesante delle altre, senza vedere per un certo tempo l'altra possibilità. (Le cose sono andate in modo analogo nel caso di altri problemi in cui comparivano i termini «triangolo rettangolo», «due», «statua».)

Da questi esempi risulta chiaro in che senso la presenza di una implicazione parassita costituisca un ostacolo alla scoperta della soluzione. Certi aspetti della situazione verbalmente descritta, i quali sono, per così dire, «liberi» (per es., il senso secondo il quale un oggetto è diverso per il peso da un altro, o l'orientazione di un triangolo rettangolo) vengono invece indebitamente «fissati», cosicché il numero delle direzioni lungo le quali si può cercare la soluzione viene ristretto, ed alcune direzioni vengono automaticamente escluse. E va sottolineato il fatto che, nel caso di problemi formulati solo verbalmente, le implicazioni parassite sono assai più numerose e frequenti che nel caso di problemi relativi a situazioni concrete; in questo secondo caso, infatti, il controllo percettivo della posizione spaziale di due oggetti, o del loro grado di somiglianza, o del materiale di cui sono costituiti, sarebbe infatti immediato.

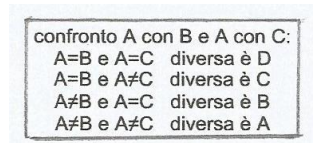


Fig. 6

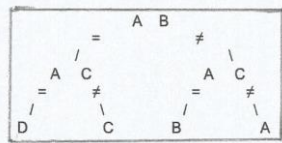


Fig. 7

Il terzo esempio non mi è noto come problema studiato nella Psicologia sperimentale, ma mi pare interessante, oltre che per significative considerazioni matematiche, come «conferma» del fenomeno chiamato *Einstellung*: nel libro citato in nota 5 [14] è scritto che *Einstellung* è «il set che predispone immediatamente l'organismo ad un tipo di atto motorio o consapevole»; per quanto qui interessa si può intendere nel senso di formazione di una abitudine di comportamento, che porta a ignorare alternative più convenienti.

Tra i modi per risolvere il terzo problema è particolarmente interessante quello basato sulla costruzione del punto Q' simmetrico di Q rispetto a S , dato che il percorso più breve PXQ è quello corrispondente a PQ' . Analogamente, si potrebbe prendere P' simmetrico di P rispetto a R [Fig. 8].

Volendo tradurre in numeri, basta scrivere (per la similitudine dei triangoli) $PR : RX = QS : SX$ e, detta x la misura di RX , si ha $200 : x = 300 : (400 - x)$ e quindi $x = 800 / 5 = 160$.

Il problema può essere generalizzato sulle lunghezze sostituendo PR con a , QS con b , RS con c e ottenendo $a : x = b : (c - x)$ e quindi $x = ac / (a + b)$.

Ovviamente, non posso avere dati sulla percentuale di lettori che hanno preferito metodi dell'analisi matematica, presumibilmente per consuetudine a servirsene, come ho constatato su studenti di Matematiche complementari con un questionario che ho usato per anni [15] e su colleghi dopo una casuale esperienza su una scala del Dipartimento quando, cominciando a raccontare a un esperto docente il quesito appena proposto in aula, lo vidi partire rapidissimo per la risoluzione con la ricerca analitica del minimo. Ma devo aggiungere che l'Analisi matematica porta a una interessante riflessione sulla *soluzione scartata*, che corrisponde alla intersezione Z del prolungamento di RS con il prolungamento di QP ($ZR = 800$). Si noti che ZR può

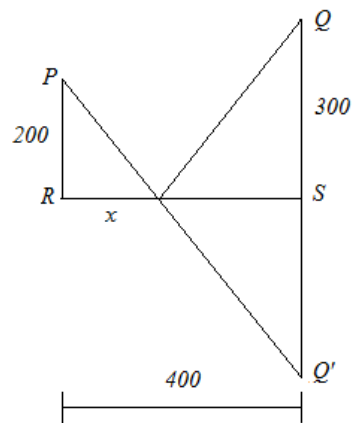


Fig. 8

essere determinato, anche, considerando triangoli simili [$y : 200 = (y + 400) : 300$] e che da questo punto di vista Z sembra meno interessante.

[1] In <http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/rp-prbsl.htm> sono inseriti complementi e link. Nel seguito rimanderò a questo file.

[2] Già docente dell'Università degli Studi di Milano. E-mail: gabriele.lucchini@unimi.it.

Pagine internet: <http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/gabl00.htm>.

[3] Per chi fosse interessato, ampi riferimenti sono reperibili in internet con ricerche mirate.

[4] *Come risolvere i problemi di matematica* è il titolo della edizione italiana (1967) di un importante libro di George Pólya (1945, 1957, 2014); segnalo il link [l-polya.htm](#) nel file di nota 1.

[5] La riprendo da p. 31 di "Il farsi e il disfarsi di un problema" di Giuseppe Mosconi e Valentina D'Urso, primo capitolo (pp. 9-34) della loro raccolta *La soluzione dei problemi - Problem solving* (ed. Giunti - Barbèra, Firenze, 1973); l'indice è riportato in [l-mdu.htm](#) con link nel file di nota 1.

[6] Al *problem solving* in George Pólya ho dedicato una scheda "Per non dimenticare" liberamente consultabile dalla *home page* del Centro Morin,

[7] A Giuseppe Peano ho dedicato una scheda "Per non dimenticare" liberamente consultabile dalla *home page* del Centro Morin,

[8] La prima edizione è del 1924 (Torino, Paravia; vii + 63 pp.); la Fig. 2 è della edizione del 1925; dati ed estratti sono indicati in [l-peano0.htm](#) dal file di nota 1; il testo è reperibile in internet (utenti.quirp.it/base5).

[9] Segnalo [glmm23.htm](#) e [l-baruk.htm](#) dal file di nota 1.

[10] Da *Journal Comparative Psychology*, 1930, 10, pp. 11-143; la traduzione autorizzata è di Marisa Mengaldo Spagnolo. L'estratto è a p. 237. Si noti che la risoluzione del problema dei fiammiferi è favorita dall'aver presente il tetraedro regolare.

[11] Colgo l'occasione per stimolare l'attenzione sul fatto che non raramente capita di vedere scritto o sentir parlare di Matematica con scarsa precisione, anche per abusi o fraintendimenti terminologici; invito a segnalare agli studenti sviste e modi di dire impropri per stimolare la chiarezza dei concetti e la precisione della formulazione; segnalo [rp-modd.htm](#) dal file di nota 1.

[12] Ne ho accennato in [l-pett.htm](#) consultabile dal file di nota 1.

[13] Da *Rivista di Psicologia*, 1961, 1, pp. 80-95.

[14] P. 268, nota 4, capitolo "Meccanizzazione nella risoluzione di problemi. "L'effetto dell'*Einstellung*" di A. S. Luchins (da *Psychol. Monogr.*, 1942, 54(6), n. 248).

[15] Segnalo [rp-gpqm.htm](#) e [l-bm0.htm](#) dal file di nota 1.

ALBARO di Giorgio Caproni	Non lo sopporto più il rumore della storia... Vento afono... Glissando... Sparire come il giorno che muore dietro i vetri... Il mare... Il mare in luogo della storia... Oh, amore.
Se al crepuscolo, almeno, ci fosse, dietro i vetri, il mare... Amore... Tremore in trasparenza... Se almeno questo fosse il rumore del mare...	
(da Il franco cacciatore, Garzanti, 1982)	