ISSN: 2037-6367

MatematicaMente

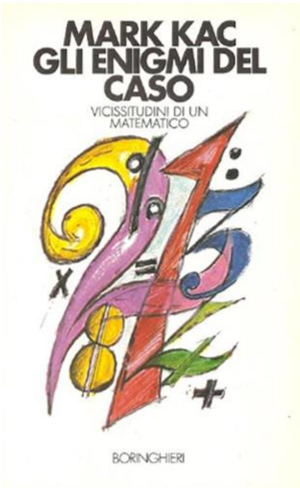
Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso – Redazione: Alberto Burato, Fabrizio Giugni, Michele Picotti, Sisto Baldo – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 – e-mail: lcorso@iol.it – info@mathesisverona.it – Stampa in proprio – Numero 225 – Pubblicato il 05 – 06 – 2017

La didattica della matematica e l'effetto San Matteo

Vent'anni di autonomia scolastica

di Emilio Ambrisi [*]

Mark Kac è stato un matematico di rilievo e tra i pochi a scrivere un'autobiografia: *Enigmas of chance* (*New York*, 1985) tradotta in italiano con il titolo *Gli Enigmi del Caso* e sottotitolo *Vicissitudini di un matematico* (Torino, 1986). Che i matematici siano stati così restii a scrivere di se stessi, e a raccontare al vasto pubblico modi e forme del sorgere di un interesse e a descrivere il tempo e la passione spesi a pensare ad un argomento o problema e di come questo sia divenuto campo di ricerca, attrattore privilegiato e talvolta esclusivo della attività mentale, è un dato di fatto sulle cui ragioni occorrerebbe investigare di più. I risultati potrebbero giovare alla ricerca psicologica ed educativa e servire ad indirizzare meglio i giovani matematici, anche se tra questi spiccano attualmente varie personalità e, tra le altre, quella di *Cedric Villani*, che si è speso a raccontare con grande successo il perché e il come ha lavorato per conquistare la medaglia Fields nel 2010.



Comunque M. Kac un'autobiografia l'ha scritta ed è un'opera da leggere. Vi si trovano tanti episodi interessanti e uno vale la pena di riportarlo perché mi permette di introdurre il tema di cui Luciano Corso mi ha invitato a parlare per questa rivista: a che punto è la scuola italiana e a che punto è la didattica della matematica. Ecco l'episodio. M. Kac era stato invitato nella sua patria d'origine, la Polonia, per commemorare il connazionale *Marian Smoluchowski* che per i suoi lavori scientifici, a partire dalla prova della realtà atomica dei moti browniani, avrebbe avuto tutto il diritto di essere ricordato insieme ad *Albert Einstein*. Invece, tutto il merito è andato al secondo, al più famoso Einstein e il nome di Smoluchowski è quasi ignorato dal grande pubblico. «Fu una vera sfortuna per Smoluchowski – scrisse Kac – il dover condividere la sua prima scoperta importante, così come varie altre, ad esempio la giustificazione del colore azzurro del cielo, con una simile primadonna. Fu forse uno degli esempi più clamorosi del cosiddetto "*effetto San Matteo*"», espressione attualmente molto citata, coniata dal sociologo Robert Merton nel 1968.

L'effetto San Matteo è l'espressione con la quale si mette in evidenza il fenomeno della concentrazione o dell'accumulo di ricchezza, sapere, informazione, notorietà, successo, a vantaggio di pochi. La ragione del nome è nella *parabola dei talenti* che termina, così come è raccontata nel Vangelo di San Matteo, con la nota frase: "*a chi ha sarà dato sempre di più, a chi non ha sarà tolto anche ciò che ha*".
Ovviamente il significato evangelico non è questo, ma oggi l'effetto San Matteo è particolarmente di moda e si associa al tema dirompente delle differenze, delle disparità, delle disuguaglianze e del divario e dell'ampiezza sempre crescente di queste differenze e disuguaglianze. Il tema è all'ordine del giorno in tutto il mondo non solo perché mette in pericolo la stabilità politica, sociale, economica della globalizzazione, ma è un serio pericolo per la sopravvivenza della stessa democrazia. Un risultato rilevante che si evidenzia è che funzionano meglio quei Paesi ove le differenze sono più controllate e le forbici tra stipendi alti e bassi e tra ricchi e poveri sono meno ampie e marcate. Dire che disparità e disuguaglianze siano qualcosa che si genera per effetto San Matteo è come dire che hanno un certo grado di naturalezza. Un modo di dire che ha un suo fondamento di verità, meglio un fondamento scientifico. L'analogo dell'effetto San Matteo si coglie, infatti, nello studio dei sistemi dinamici dove ogni trasformazione spontanea, non guidata, porta ad un aumento di entropia, di disordine, di caos. Il fatto è che ogni intervento di riequilibrio, teso a invertire il processo di accumulo e di squilibrio non avviene per caso, ma è frutto di un progetto intenzionale. Una constatazione che non può non ricondurci rapidamente a vedere la scuola come forte antidoto per contrastare l'effetto San Matteo. Una funzione che alla scuola viene riconosciuta dalla stessa Costituzione per "rimuovere gli ostacoli che limitano di fatto la libertà e l'uguaglianza dei cittadini". L'associazione effetto San Matteo-Scuola si pone quasi spontanea perché quest'anno ricorre il ventennale della legge che ha dato l'autonomia alle istituzioni scolastiche.

Quando fu fatta l'Italia unita, la legge del nuovo Stato unitario stabiliva: le scuole dipendono dal ministro. Nel 1997 si disse: le scuole sono autonome. Da allora il nostro sistema scolastico che pur aveva retto a tante perturbazioni, anche alla contestazione giovanile del 1968, è cambiato e in modo consistente. Molti ricorderanno che il varo della legge fu accompagnato da un ampio e vivace dibattito con posizioni generalmente a favore, ma anche con diffuse preoccupazioni che paventavano la possibilità di una frantumazione del sistema scolastico, la perdita della sua unitarietà e l'accentuazione delle differenze tra scuole e scuole, tra Nord Centro Sud e Isole, tra territori e territori, con scuole più "ricche" in alcuni territori e più "povere" in altri. Quella possibilità allora solo ipotizzata, oggi si manifesta più che reale. La scuola in Italia rischia di divenire motore di disparità invece che limpido e razionale stabilizzatore di libertà e uguaglianza dei cittadini. Una diversità che, se non arginata, si rafforza e si ramifica, ampliando il ventaglio della disuguaglianza presente nelle strutture, nelle dotazioni, nei risultati d'apprendimento, nella cura delle eccellenze, nei progetti finanziati, nelle opportunità di alternanza scuola/lavoro e finanche nell'essere scuola dei quattro anni o dei 5 anni per il percorso della scuola secondaria di secondo grado. La diversità più profonda ovviamente è nel disorientamento circa il che cosa insegnare. Una volta c'erano i programmi d'insegnamento ministeriali, oggi ci sono le Indicazioni Nazionali che non sono interpretate allo stesso modo dalle scuole né nei principi né nelle funzioni e ciò che ne consegue tende a disomogeneizzare il sistema rispetto alle stesse mete educative, agli stessi risultati d'apprendimento da conseguire e a produrre disuguaglianze. Occorre porre un freno a questa deriva. La responsabilità però non è solo nella carenza delle Indicazioni Nazionali o più in generale nell'autonomia scolastica che, peraltro, non poteva tardare ad esserci. Il problema oltre a dipendere da una complessiva indominabilità e forse incoerenza dei nuovi ordinamenti, ha anche motivazioni oggettive. Tra queste il fatto che le esigenze educative e formative sono aumentate, che i sistemi scolastici sono sommersi dalle richieste di insegnamenti i più disparati, disciplinari e trasversali, che non riescono a soddisfare neppure in parte. Né possono farlo utilizzando gli strumenti soliti, ovvero aumentando le ore delle lezioni (che hanno anche un costo) e gonfiando i relativi quadri orari. Ciò che è, dunque, entrato in crisi è proprio questo modello organizzativo della scuola basato sulla ripartizione del sapere in discipline e sui quadri orari degli insegnamenti previsti. La soluzione che s'intravvede è il superamento di tale modello: dare concretezza al discorso delle competenze come nuova modalità di gestione dei saperi e dare spazio alle attività multi e inter-disciplinari in sostituzione delle lezioni disciplinari. In effetti è la scuola del leggere scrivere e far di conto di antica memoria che torna alla ribalta con i suoi significati moderni di competenze essenziali anche se caratterizzate da una complessità che richiede il possesso di più registri e modalità, di lettura e di scrittura.

In un tale discorso di superamento delle discipline può apparire contraddittorio il riferimento alla matematica, la più disciplina delle discipline, che della problematica disciplinare è stata sempre il faro nonché il modello costitutivo. Le discipline esistono perché esiste la matematica che, prima fra tutte, si è costituita come tale e ne ha offerto il modello della sistemazione logica: dal più semplice al più complesso, senza salti, con ordine, connessione e graduazione gerarchica. La matematica però è stata anche la prima a soffrire di una crisi di crescita, di una pervasività che non conosce steccati e frontiere tant'è che sarebbe anche lecito riproporre oggi la domanda già posta all'inizio del secolo scorso da David Hilbert: *la matematica è ancora una disciplina*? Ciò che si sa - è stato dimostrato da Kurt Gödel nel 1931 - è l'impossibilità di una sistemazione logica di "tutti" i suoi risultati. Una sistemazione logica universalmente accettata che potesse anche essere, come in passato, il riferimento per una organizzazione didattica dei contenuti disciplinari. C'è il rischio per la matematica di frantumarsi nella pletora di capitoli e sotto-capitoli della specializzazione o, a livello didattico, di perdersi nei rivoli del *problem solving*, dell'aspirazione alla contestualizzazione, del pensiero computazionale e del *coding*, della *financial literacy*, e, ancora, della meccanizzazione, dell'astrazione, della formalizzazione, della modellizzazione e così via? Che cosa insegnare? Data l'immensa miniera di idee, teorie e procedure, la strategia vincente è stata individuata nella selezione delle conoscenze e delle competenze essenziali di cui è portatrice, le quali hanno una natura squisitamente transdisciplinare e si pongono come strumenti di connessione e di unificazione dei saperi. Detto con altre parole la didattica della matematica ha abbandonato, e da tempo, ogni riferimento a sistemazioni globali o anche parziali riguardanti interi capitoli o ambiti da srotolare o scodellare nell'insegnamento. Le sistemazioni globali della geometria al modo di Euclide o di Hilbert, di Enriques e Amaldi o di Choquet non hanno più il significato di una volta, non sono più un riferimento nell'insegnamento. La tendenza attuale privilegia le organizzazioni locali, meglio il singolo risultato matematico, purché rilevante, "*punto di accumulazione*" di concetti, idee e procedure matematiche. D'altronde non si può insegnare tutto. Occorre scegliere e procedere *dal locale al globale* anzi, meglio, *dal discreto al continuo*, qualcosa di analogo alla canonica costruzione dei numeri reali partendo dai naturali: il discorso didattico e la connessione del tessuto matematico sono ricostruiti avendo a riferimento ciò che in un determinato momento viene ritenuto importante e significativo da insegnare e apprendere. Ne consegue una didattica della matematica che ripropone e interpreta il vecchio far di conto nel senso di *fare matematica*, un modo autentico per guidare l'intelligenza degli studenti a riscoprirla eventualmente ripercorrendo le grandi tappe del suo sviluppo nella loro genesi storica e logica. È anche questo il significato del progetto della Mathesis *Insegnare matematica oggi: cosa come e perché*. Un progetto che è più propriamente un manifesto culturale che mira a coinvolgere i docenti nella condivisione delle mete di conoscenze abilità competenze verso le quali indirizzare l'azione didattica, conoscendone i perché e liberi di progettare come raggiungerle e conseguirle. Fissate le mete, uguali per tutti, si aprirebbe così per l'intera collettività, non solo quella dei docenti, la possibilità di partecipare al dibattito su "come" esse siano state raggiunte e quale ne sia il livello di acquisizione. La matematica e la sua didattica come competenza privilegiata per pensare e ragionare, via regia per l'educazione morale e civile delle giovani generazioni e fondamento di un mondo di giustizia ed equità.

[*] Presidente della Mathesis – Società Italiana di Scienze MM. e FF.
e-mail: ambrisi.e@gmail.com

Un problema per i lettori

(*di L. Corso*) Due variabili statistiche X e Y, su base sperimentale, hanno presentato la seguente distribuzione delle frequenze (va inteso che la coppia (x=5, y=4) è stata osservata 3 volte):

		x					
		1	2	3	5	6	8
y	1	2	1	0	0	0	0
	3	0	1	4	1	0	0
	4	0	0	1	3	1	0
	6	0	0	0	0	0	2

1) Si chiede se i due caratteri sono statisticamente indipendenti.
2) Si verifichi l'ipotesi di indipendenza statistica tra i due caratteri al livello di significatività del α = 5% .
3) Si calcolino medie aritmetiche e varianze totali e si valuti quale delle due variabili ha una maggiore variabilità.
4) Si determini la media aritmetica di x condizionata da $y = 4$ e la media aritmetica di y condizionata da $x = 2$.
5) Si calcolino la covarianza e il coefficiente di correlazione lineare.
6) Si determini la retta (interpolante) di regressione.
7) Si valuti con un opportuno indice la bontà dell'accostamento fatto tra fenomeno osservato e modello teorico.
8) Si tracci il grafico del fenomeno presentato in tabella e del modello teorico interpolato.

L'obiettivo della verifica è di valutare se uno studente possiede i concetti di indipendenza statistica di due variabili, di verifica delle ipotesi (inferenza statistica), di correlazione lineare tra due variabili, di dipendenza lineare e di regressione, di bontà di un accostamento tra dati sperimentali e modelli teorici, di medie totali e condizionate e di misure comparabili della variabilità.

Risoluzione: La numerosità del campione è n=16. Fissiamo come contatore di colonna j (2° pedice) e come con-tatore di riga i (1° pedice); le righe sono $r = 4$ e le colonne sono $c = 6$.
1) Le frequenze assolute marginali di X sono: ($n_{.1}$=2, $n_{.2}$=2, $n_{.3}$=5, $n_{.4}$=4, $n_{.5}$=1, $n_{.6}$=2). Le frequenze assolute marginali di Y sono: ($n_{1.}$=3, $n_{2.}$=6, $n_{3.}$=5, $n_{4.}$=2). Applicando il teorema delle probabilità composte per eventi statisticamente indipendenti otteniamo le frequenze relative teoriche in ipotesi di indipendenza statistica delle variabili x e y: $\Pr(x_{.j} \cap y_{i.}) = \Pr(x_{.j}) \cdot \Pr(y_{i.})$, $\forall i, j$. Per i=1 e j=1 si ha $\Pr(x_{.1} \cap y_{1.}) = 6/256$ e così via fino a $\Pr(x_{.6} \cap y_{4.}) = 4/256$. Comparando questi valori con quelli osservati si conclude che x e y non sono statisticamente indipendenti.
2) Per verificare se questa dipendenza è o no casuale si applica il test delle ipotesi sulla statistica

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} [(n_{i,j} - \hat{n}_{i,j})^2 / \hat{n}_{i,j}]$$

dove $n_{i,j}$ e $\hat{n}_{i,j}$ sono rispettivamente le frequenze assolute osservate e teoriche in ipotesi di indipendenza; dal calcolo (r=4, c=6) risulta che $\chi^2 \cong 34.9067$. [*Segue al numero 227*]