ISSN: 2037-6367

# MatematicaMente

Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso – Redazione: Alberto Burato, Fabrizio Giugni, Michele Picotti, Sisto Baldo – Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 – e-mail: lcorso@iol.it – info@mathesisverona.it – Stampa in proprio – Numero 226 – Pubblicato il 04 – 07 – 2017

## Invito a riflettere su matematica e bellezza [1]

Gabriele Lucchini [2]

È ben noto che su matematica e bellezza ci sono stati e ci sono punti di vista diversi, non sempre su basi chiaramente dichiarate, e che vari contributi sono disponibili anche in internet.

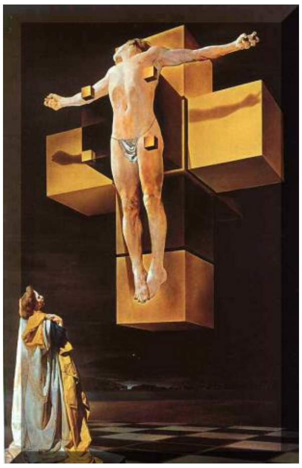
Per avviare l'invito a riflessioni utilizzo un aneddoto proposto dal noto matematico Luigi Campedelli (1903-1978, foto immediatamente sotto) [3].

*«Un giorno, nell'antica Grecia, un filosofo cinico incontra una giovane ed avvenente fioraia. Le si avvicina e le domanda bruscamente: "a che servono i tuoi fiori?". La fanciulla affonda il viso in un gran mazzo di fiori, ne aspira voluttuosamente il profumo e risponde: "sono belli!".*
*Diamo an-che noi questa risposta ai nostri giovani allievi se ci domandano a che cosa servono i loro studi matematici, e soprattutto miriamo a far loro sentire il fascino di una creazione di puro pensiero che ha la potenza di un'opera d'arte. E allora quella domanda non vi sarà più rivolta, poiché avrà perduto ogni ragione d'essere. Si domanda forse a che cosa servono i capolavori dell'arte e della poesia? Sono cose nostre, espressioni della nostra stessa vita, nelle sue manifestazioni più elevate, ed a loro è dovuta la nostra civiltà nella sua aspirazione di miglioramento. Così e più ancora è della matematica.»*.

Accanto a discorsi generali di questo tipo, presumibilmente un po' ottimistici e sicuramente personali, dato che non tutti testimoniano la bellezza della matematica, vanno considerati aspetti specifici di questa disciplina in relazione a varie attività nel farla, nello studiarla, nell'insegnarla, nell'usarla e all'idea che si ha di queste attività nell'ambito di sistemi ipotetico-deduttivi [4], della dichiarazione delle regole che si fissano e dei rapporti con la realtà, anche alla luce di quella che Eugene Paul Wigner (Jenő Pál Wigner, Budapest, 1902-Princeton, 1995, foto a fianco), Premio Nobel per la Fisica nel 1963, ha chiamato *The unreasonnable effectiveness of mathematics in the natural sciences* [5], ma che non è limitata a queste. È interessante osservare che E. P. Wigner inizia il suo saggio con la seguente citazione di Bertrand Arthur William Russell (1872-1970), dichiarandola tratta da "Study of Mathematics" [6]:«*Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth, but supreme beauty, a beauty cold and austere, like that of sculpture, without appeal to any part of our weaker nature, without the gorgeous trappings of painting or music, yet sublimely pure, and capable of a stern perfection such as only the greatest art can show. The true spirit of delight, the exaltation, the sense of being more than Man, which is the touchstone of the highest excellence, is to be found in mathematics as surely as in poetry.*».

Ed è interessante osservare che B. Russell aveva scritto: «*Thus Mathematics my be definied as the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true*»[7], magistralmente commentato da Giovanni Vailati osservando [8]: «*ha tutto l'aspetto di un paradosso e anzi di un enigma: ed è quindi tanto più interessante far vedere come essa corrisponda nel modo più esatto al concetto che si fanno della matematica quelli tra i suoi cultori contemporanei che si sono preoccupati di domandarsi in che cosa essa differisca dalle altre scienze.*».

Ovviamente, la bellezza della matematica è la bellezza di una scienza, anche se matematici e altri hanno proposto, e presumibilmente continueranno a proporre, in relazione alla matematica, visualizzazioni e libri di immagini belle a vedersi, pregevoli opere letterarie in prosa e in poesia, quadri, sculture, brani musicali e altre realizzazioni (non sempre con rigore matematico), che vengono considerate artistiche e che non potrebbero esistere senza la matematica [9].



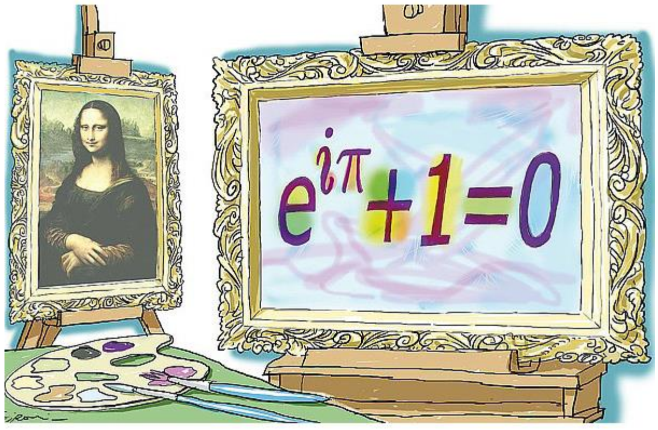
Un esempio significativo imprescindibilmente legato alla matematica è il *Corpus Hypercubus* (olio su tela di [58,4 × 73,7] cm$^2$, realizzato nel 1954 da Salvator Dalì (1904-1989) [10] e riprodotto qui a fianco).

Un breve e semplice esempio di "imprecisione" è quello di Leonardo Sinisgalli (1908-1981) nei quattro versi nella breve poesia *L'ombra* [11]:

*L'ombra di una retta*
*è sempre una retta;*
*non è quasi mai un cerchio*
*l'ombra di un cerchio.*

La quantità di manifestazioni di bellezza della matematica è tale da consentire un approccio soltanto per cenni e ognuno deve stabilire se e come occuparsene in relazione al senso che vuole dare alla sua vita, tenendo conto del fatto che la matematica è una delle attività possibili per l'uomo, a diversi livelli di discernimento, di comprensione e di apprezzamento.

Qui sotto è ripresa da internet [12] una efficace immagine di stimolo alla riflessione con l'accostamento della riproduzione de *La Gioconda* di Leonardo da Vinci (1452-1519) a una rappresentazione a quadro della identità di Leonhard Euler (1707-1783), noto in Italia come Eulero.




Evidentemente, le interpretazioni di bellezza dei due "quadri" sono radicalmente diverse: il modo nel quale è "rappresentata" Monnalisa, in un caso, e il risultato "rappresentato", nell'altro; per il primo è implicito il riferimento alla conoscenza dell'originale (o di una sua riproduzione di qualità), per il secondo è indispensabile la comprensione del significato matematico, inimmaginabile per l'incompetente, non soltanto per la convenzionalità dei simboli. Ovviamente, si può riflettere su come si valuta la forma che si ottiene scrivendo senza lo 0. Chiaramente, Il problema è quello degli strumenti che occorrono per la "lettura" e dei riferimenti che si hanno per la valutazione, e non riguarda soltanto la matematica, anche se per la matematica ha aspetti particolari [13].

Alla bellezza della matematica abbiamo, normalmente, bisogno di essere educati e pare di poter dire che di fatto questa educazione non è facile, anche se da qualche punto di vista la situazione sembra grave più di fatto che di diritto, consentendo di confidare in possibilità di miglioramento e di attribuire un senso all'operare in proposito. Ovviamente, il modo di sentire la propria responsabilità di uomini nei confronti degli altri, oltre che di se stessi, è vario e non è questa la sede per occuparsene, ma in un contesto di istruzione la questione non può non essere tenuta presente, anche se con posizioni inevitabilmente diverse tra loro.

Alcuni anni fa, quando sembrava che si volesse affrontare il tema dell'emergenza educativa, raccolsi documentazione e spunti in un libro [14] - ahimè, non pensando a considerare la bellezza - e qui invito a non fare la stessa omissione, non soltanto per la matematica.

Pensare alla bellezza della matematica per attività in classe e nei compiti mi pare, oggi, doveroso e mi auguro che molti lo facciano già, anche se non ho individuato uno specifico servizio per mettere in comune esperienze in proposito.

Presumibilmente, numerosi lettori di *MatematicaMente* sanno che Emilio Ambrisi, Presidente della Mathesis Nazionale, ha annunciato l'avvio in MATMEDIA di una sezione di "Materiali e proposte per attività didattiche" (v. *Periodico di Matematiche,* n. 3 del 2016, p. 69) ed è auspicabile che ci siano varie testimonianze di esperienze sulla bellezza della matematica, da diversi punti di vista. Invito a pensarci.

Non voglio chiudere senza aver ricordato, non polemicamente, il ruolo dei sostenitori dell'utilità sociale della matematica proponendo una citazione di K. Gustav Jacob Jacobi (1804 -1851) [15] a proposito di Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830): «*M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques etait l'utilité publique et l'explication des phènomenes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science c'est l'honneur de l'esprit humain, et que, sous ce titre, un quesion des nombres vaut autant qu'une question du système du monde*.». E l'utilità sociale non è necessariamente in conflitto con la bellezza.

———

[1] In http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/rp-bell.htm sono consultabili complementi e *link*, anche non segnalati in questo articolo.

[2] Già docente dell'Università degli Studi di Milano.
E-mail: gabriele.lucchini@unimi.it.
Pagine internet: http://www.mat.unimi.it/users/lucchini/gabl00.htm.

[3] Come per gli altri Autori, informazioni sono reperibili, anche, in internet. A L. Campedelli ho dedicato vari file e un intervento a un convegno segnalati in l-camp0.htm e una scheda "Per non dimenticare" (v. g260g.htm e g260g1.pdf) contenente la lettura *La matematica nella cultura e nella formazione dei giovani,* che contiene l'aneddoto (l-camp 22.pdf); i dati del testo sono in l-camp32.htm.

[4] Per una citazione di Mario Pieri (1860-1913) rimando a l-pieri.htm.

[5] "*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*" (La irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali) in *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, No. 1, February 1960; il testo è reperibile in internet.

[6] *Mysticism and Logic and Other Essays*, 1917. Riporto una traduzione di L. Pavolini da "Lo studio della matematica" in *Misticismo e logica e altri saggi* (Milano, TEA, 2010): «La matematica, giustamente considerata, non contiene soltanto la verità, ma la bellezza suprema, una bellezza fredda e austera, come quella della scultura, senza far appello ad alcuna parte della nostra debole natura, senza le attrattive sensuali della pittura o della musica, e tuttavia sublimemente pura, capace di quell'alta perfezione che soltanto la grandissima arte esprime. L'autentico piacere, l'esaltazione, il senso di essere qualcosa di più di un uomo, che sono le pietre di paragone delle più elevate acquisizioni, si ritrovano nella matematica con altrettanta certezza che nella poesia.».

[7] "Recent Work on the Principles of Mathematics", *International Monthly*, luglio 1901, p. 84 (ristampato in *Mysticism and Logic and Other Essays*, 1917). Traduzione di Federigo Enriques in *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli, 1938 e ristampa anastatica 1971, p. 141 (con commento): «*Le matematiche sono quella scienza, in cui non si sa di che cosa si parla e in cui non si sa se quello che si dice sia vero*». Sulla citazione è consultabile l-br1.htm.

[8] In "La più recente definizione di matematica", *Leonardo*, giugno 1904, ristampato in *Scritti di Giovanni Vailati*, Leipzig e Firenze, Barth e Seeber, 1911.

[9] L'indice di un libro di "immagini della matematica" (di Georg Glaeser e Konrad Polthier) è in l-glapol.doc. Non mi sento di non citare *Flatland, A Romance of Many Dimensions* scritto da Edwin Abbott Abbott (1838-1926), che ho segnalato in l-abbo.htm.

[10] Il titolo della tela fa riferimento alla croce che rappresenta lo sviluppo, nello spazio tridimensionale, di un ipercubo quadridimensionale (o tesserato).

[11] Invito a considerare i file sulla poesia proposti in Google.

12] "La bellezza delle formule matematiche – Lost in Galapagos" di Anna Meldolesi.

[13] Segnalo la figura i-prs.jpg.

[14] *Insuccessi in Matematica, programmi di insegnamento, formazione degli insegnanti: Documenti e spunti di riflessione*, Roma, Aracne, 2008, pp. 340. Informazioni e recensioni sono in g230.htm. Nel n. 3 del 2010 (pp. 19-25) il *Periodico di Matematiche* pubblicò l'articolo "Insuccessi in Matematica: basta che il MIUR non ne parli più?".

[15] La citazione è dalla lettera ad Adrien-Marie Legendre (1752-1833) del 2 luglio 1830; la traduzione di Paolo Pagli in *L'arte dei numeri* di Jean Dieudonné (Milano, Mondadori, 1989 – ed. or. *Pour l'honneur de l'esprit humain*, Paris, Hachette, 1987) è «*Fourier era del parere che lo scopo principale della matematica fosse l'utilità sociale e la spiegazione dei fenomeni naturali; un filosofo come lui tuttavia avrebbe dovuto sapere che l'unico fine della scienza è l'onore dello spirito umano e che, da questo punto di vista, un problema relativo ai numeri ha stessa portata di un problema riguardante il sistema del mondo*.».

---

# Stima statistica per intervalli

Si sono misurati i battiti cardiaci al minuto di un gruppo di pazienti affetti da un certo morbo. Ecco il gruppo di dati sperimentato:

{73, 78, 81, 84, 91, 93, 92, 93, 86, 89}.

Nell'ipotesi che il campione provenga da una popolazione normalmente distribuita, $N_X(\mu, \sigma)$, determinare l'intervallo di confidenza entro cui cade al livello di affidabilità del 95 % la media aritmetica $\mu$ della popolazione dei pazienti di quel tipo.

**Risoluzione**: La stima intervallare si prefigge, là dove non è possibile essere più precisi, di determinare un intervallo fiduciario entro cui possa essere presente un parametro incognito di una popolazione di dati; nel nostro caso l'intervallo riguarda la media aritmetica della popolazione di dati da cui sono stati estratti i valori sperimentali sopra riportati. Siamo in presenza di piccoli campioni ($n < 35$) provenienti da una popolazione normalmente distribuita con varianza ignota (da stimare su base campionaria). Dalla teoria sappiamo che le medie aritmetiche campionarie si distribuiscono, in tal caso, come una T-Student con $v = n - 1$ gradi di libertà. Esistono già delle tabelle che sulla base del livello di significatività del 5% e dei gradi di libertà inerenti al problema danno gli estremi dell'intervallo considerato. Si scrive:

$$Pr\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq +t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

dove $t = (\bar{x} - \mu)/\hat{s}/\sqrt{n}$, $n$ è la numerosità campionaria,

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

è la deviazione standard corretta, $\alpha$ è il livello di significatività del test e $\mu$ è la media aritmetica della popolazione, cioè il parametro incognito che vogliamo stimare. $t_{\alpha/2}$ si determina dalle tavole [B.1], tenuto conto dei gradi di libertà: v = 10 – 1 = 9. Sostituendo a $t$ l'espressione appena sopra citata, con pochi passaggi si ha:

$$Pr\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Calcoliamo la media e la deviazione standard campionarie corrette: $\bar{x} = 86.\bar{2}$; $\hat{s} \cong 6.876$. Dalle tavole $t_{\alpha/2,\ v=9} \cong 2.26$ e quindi l'intervallo cercato è: $81.2859 \leq \mu \leq 91.1141$, al livello di affidabilità del 95%.

[B.1] Piccolo Domenico, Statistica, ed. Il Mulino, Bologna, 1998. È valido anche qualsiasi altro manuale di statistica inferente.