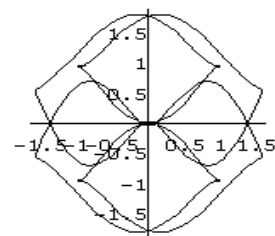


# MatematicaMente

Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore responsabile: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Luigi Marigo, Elisabetta Capotosto - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 25 – gennaio 2000



## Il ruolo dello spazio e del tempo nell'evoluzione delle teorie unificate

(1ª parte : da Newton ad Einstein)

di Paolo Di Sia \*

**Introduzione:** La Fisica cerca di descrivere nella maniera più generale e matematica le leggi della natura; uno degli obiettivi di questa disciplina è stato nel corso della storia il tentativo di costruire teorie il più possibile unificanti, cioè in grado di fornire una descrizione globale di ciò che accade nell'universo. Questi tentativi hanno sempre coinvolto inevitabilmente la struttura fondamentale dello spazio e del tempo.

**Le unificazioni di Newton e Maxwell:** Il fisico, matematico e astronomo inglese Isaac Newton (1642-1727) sviluppò la teoria della gravitazione universale. Egli suppose che la forza agente tra i corpi celesti fosse la stessa forza che sulla terra attira al suolo gli oggetti. Interpretò questa forza come un'emanazione dei corpi e descrisse matematicamente la loro dinamica. Newton parlò di "spazio assoluto" come estensione che contiene tutti gli oggetti e di "tempo assoluto" come intrinseca proprietà di un fenomeno. Il fisico scozzese James Clerk Maxwell (1831-1879) descrisse il campo elettromagnetico attraverso un insieme di equazioni, le "equazioni di Maxwell" (come oggi vengono ricordate), le quali legano indissolubilmente l'elettricità con il magnetismo ed oltre ai fenomeni elettromagnetici spiegano anche quelli ottici. Esse mettono in profonda relazione lo spazio con il tempo poiché collegano la variazione nel tempo di una forza con la variazione spaziale dell'altra.

**Lo spazio-tempo della relatività di Einstein:** Albert Einstein (1879-1955) è il padre della teoria della relatività. La teoria della relatività spiega come un'esperienza fisica possa essere descritta da diversi sistemi di riferimento in moto relativo e si divide in:

- teoria della relatività "ristretta", che considera il caso di sistemi inerziali (cioè che si muovono in moto rettilineo uniforme relativo);
- teoria della relatività "generale", che considera anche moti relativi accelerati.

La teoria della relatività ha permesso di considerare lo spazio e il tempo in maniera diversa da come erano stati trattati fino ad allora. Il concetto di tempo assoluto venne sostituito da quello di tempo relativo, poiché la durata di un fenomeno dipende dal sistema di riferimento inerziale in cui si effettua la misurazione; il tempo di un orologio in moto rispetto ad un osservatore in quiete relativa scorre più lentamente del tempo misurato da un orologio in quiete rispetto all'osservatore stesso. È la cosiddetta "dilatazione del tempo"; essa spiega fenomeni apparentemente paradossali ed è sperimentalmente confermata. La teoria einsteiniana ha legato inseparabilmente i concetti di spazio e tempo in una struttura quadridimensionale chiamata spazio-tempo. L'universo fisico risulta dall'accoppiamento dello spazio, continuo tridimensionale, costituito da punti definiti da tre coordinate (x, y, z) e dal tempo, continuo unidimensionale, costituito dalla coordinata t. Si parla perciò di "evento" come punto spazio-temporale  $P = (x, y, z, t)$ , che definisce una posizione nello spazio tridimensionale e un istante di tempo. Il tempo, lo spazio e la stessa massa diventano relativi all'osservatore (infatti oltre alla dilatazione del tempo e alla contrazione delle lunghezze, anche la massa au-

menta al tendere della velocità alla velocità della luce). Inoltre con la teoria della relatività ristretta non si utilizza più la geometria della fisica newtoniana (che è euclidea), ma la geometria pseudoeuclidea <sup>(1)</sup>.

La teoria della relatività generale, invece, si basa sulla geometria quadridimensionale non euclidea sviluppata da Minkowski (1864-1909). Dalla teoria si deduce che la massa, creando campo gravitazionale, curva lo spazio-tempo; la gravità risulta perciò una proprietà metrica dello spazio-tempo. Rispetto alle altre forze della natura, la forza di gravità ha un ruolo particolare: non agisce infatti semplicemente nello spazio-tempo, ma lo distorce.

Nel 1854 il matematico tedesco G. F. B. Riemann aveva generalizzato la geometria euclidea per gli spazi curvi. Egli dimostrò che non è necessario immaginare uno spazio curvo "immerso" in uno spazio euclideo con un numero di dimensioni maggiore, ma si può studiare intrinsecamente. Il lavoro di Riemann sugli spazi curvi avviò lo studio di quella parte della matematica chiamata topologia. Si notò che non esiste un solo modello di spazio-tempo curvo; alcuni di questi modelli però non sono accettabili per descrivere l'universo poiché conducono a paradossi o le leggi fisiche conosciute non vengono rispettate.

**Note:** (1) Il quadrato della distanza tra due eventi, di cui uno è l'origine degli assi all'istante iniziale, espresso mediante le coordinate degli stessi nel sistema di coordinate dell'osservatore, per il teorema di Pitagora è dato da:  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . Questa relazione è tipica della geometria euclidea. In relatività ristretta, il quadrato dello intervallo spazio-temporale è dato da:  $s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ ; relazione tipica della geometria pseudoeuclidea.

\* Cultore di Fisica presso la Facoltà di Scienze, Istituto Policattedra, Università degli Studi di Verona.

## Un argomento trascurato: triedri e triangoli sferici

di Arnaldo Vicentini

Ho avuto elementari disastri dalla guerra: interrotta la seconda, saltata la terza, un'ora alla settimana nei primi mesi di quinta. Eppure il maestro di quinta, oltre a insegnare le regole per aree laterali e volumi e la sfera in ogni dettaglio, ha trovato il tempo di accennare ai solidi regolari. In terza media si capiva perché questi erano solo 5 – i 5 *platonici*. In terza liceo classico, grande rilievo era dato ai triedri e ai triedri polari, e ciò permetteva di approfondire i solidi platonici. Di tutto ciò i miei figli non hanno mai sentito parlare. Eppure sono giunti alla maturità liceale con frequenza scolastica regolare! Perché oggi la geometria solida è tanto trascurata nonostante l'handicap che da ciò viene alla fisica?

In opposizione a tale andazzo, amo rivisitare lo studio dei triedri e dei triangoli sferici loro associati.

La proiezione di un lembo L di superficie da un punto V che non gli appartiene (né, se L è piano, appartiene al piano L) è un *angoloide* (o angolo solido) di vertice V. La sua intersezione con una superficie sferica di raggio r e centro V è un lembo sferico di certa area  $\Sigma$ . Lembo sferico ed angoloide al centro sono associati (come, nel piano, un arco di circonferenza e il suo angolo al centro). Il rapporto  $\Omega = \Sigma/r^2$  è la misura dell'angolo solido.

Un diedro è una coppia di semipiani non paralleli (facce)

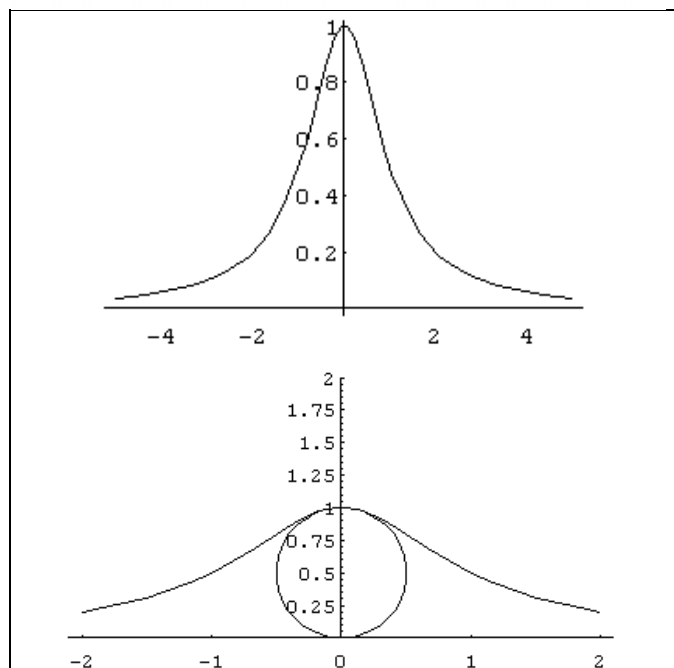
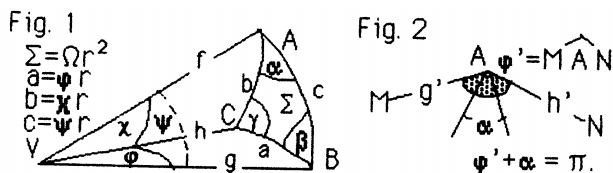
# L'enigma della «versiera»

di Giuliana Breoni

con origine comune (spigolo). Un diedro convesso è l'angolo di insieme dei punti di ogni segmento con un estremo su una faccia e l'altro sull'altra. Un piano ortogonale allo spigolo, lo taglia (sezione normale) in un angolo detto angolo diedro. Il lembo sferico associato ad un diedro di angolo  $\alpha$ , è un fuso di arco equatoriale lungo  $\alpha r$  e di area  $2\alpha r^2$ . Perciò, per un diedro è  $\Omega=2\alpha$ .

Un triedro è identificato da 3 semirette non complanari (spigoli) con l'origine comune (vertice). Come superficie consta di 3 angoli convessi (facce). Come angoloide convesso consta dei punti di ogni triangolo con i vertici su ciascuno spigolo. L'associato di un triedro convesso è un triangolo sferico contenuto in un emisfero. Suoi vertici sono le tracce degli spigoli sulla superficie sferica; lati sono intersezioni di questa con le facce; angoli gli stessi angoli diedri del triedro. La trigonometria sferica si confonde dunque con lo studio delle relazioni tra angoli facciali, angoli diedri ed angolo solido del triedro associato (fig. 1).

Se un triedro ha le facce ortogonali agli spigoli d'un altro, ogni spigolo del primo, in quanto comune a 2 facce, è ortogonale a 2 spigoli del secondo, cioè ad una sua faccia. Due tali triedri sono detti polari uno dell'altro. Allora spigoli (facce) d'un triedro e facce (spigoli) loro ortogonali dell'altro si corrispondono. I relativi angoli diedri e angoli facciali risultano supplementari (come si verifica subito con una sezione normale (fig. 2).



La versiera di Maria Gaetana Agnesi

Il termine significa curva con (seno) verso, cioè contrario, nemico. La curva, nota come versiera di Agnesi, per i contributi che essa diede ad una sua migliore conoscenza, venne in realtà scoperta da G. Grandi. Per la sua costruzione si parte dall'equazione cartesiana:  $y=a^3/(a^2+x^2)$  o dalle coordinate parametriche  $\{x=a \cdot t, y=a/(1+t^2)\}$  vincolando la traccia alla tangenza nel punto di massimo con un cerchio. Nel nostro caso abbiamo usato  $a=1$  e  $raggio=1/2$ . I punti di flesso sono  $[x=-a(\sqrt{3})/3; y=3a/4]$  e  $[x=a(\sqrt{3})/3; y=3a/4]$ . Vi sono parecchie versioni della curva a seconda delle scale o del tipo di curva inscritta e tangente alla versiera. La curva in alto risulta da una variazione di scala di quella in basso. Il cerchio in tal caso diventa un'ellisse e la curva assume una configurazione simile ad un cappello di strega. Occhio alle scale!

Bibliografia: Luciano Cresci, *Le curve celebri*, Muzzio editore, Padova, 1998

*Witch*, ovvero strega, è il nome inglese della cubica legata a Maria Gaetana Agnesi, di cui si è celebrato il bicentenario della morte (1718-1799). La curva era già stata oggetto di studio da parte di Fermat e di essa nel 1703 Guido Grandi diede una rappresentazione chiamandola con nome latino *versoria* che significa scotta, corda per girare la vela, a causa della sua forma (vedere figura a lato). Successivamente lo stesso Grandi tradusse il nome latino nell'italiano *versiera* e così Agnesi chiamò la curva nel suo libro «Istituzioni analitiche ad uso della gioventù» che pubblicò in italiano nel 1748.

Il testo fu tradotto in inglese da John Colson prima del 1760 (anno della sua morte) ma la traduzione non fu pubblicata fino al 1801. Colson scambiò «la versiera» con «l'aversiera» che si può interpretare in senso lato come «strega», appunto «Witch» in inglese. Nacque così questo strano abbinamento e la curva di Agnesi è conosciuta come «la strega di Agnesi».

Ma Maria Gaetana Agnesi nulla aveva a che fare con le streghe. Con lei siamo ormai nell'Età della Ragione. Ella visse in un periodo storico in cui la cultura, la scienza erano considerate massime espressioni della società illuministica. Maria Gaetana era la primogenita di Pietro Agnesi, uomo colto e di ampie vedute che curò particolarmente l'istruzione della figlia che già all'età di nove anni scrisse un discorso in latino in difesa di una più alta educazione per le donne. Femminista, come si direbbe oggi, o donna cosciente di sé, delle proprie capacità, come dimostrò durante tutta la sua vita scegliendo di non sposarsi, di non frequentare i salotti per dedicarsi agli studi matematici prima e alla cura dei poveri dopo?

Il suo libro, che contiene la versiera, fu utilizzato anche dall'Accademia della Crusca che da esso ricavò termini matematici per il famoso Dizionario. Il testo, più che una esposizione teorica, si può interpretare come una selezione di esempi scelti per meglio comprendere le idee. La versiera compare nel libro in questo contesto e ancora oggi è nota tra i professori perché oggetto di studio nella preparazione dei concorsi a cattedra per l'insegnamento delle discipline matematiche.

L'Agnesi fu donna determinata che curò personalmente la stampa dei libri nella sua stessa casa con gli stampatori Richini, affinché fondessero i simboli matematici come li voleva lei (anche oggi la composizione e la stampa delle formule matematiche è un grosso problema e richiede molta cura!). Nel 1750 Papa Benedetto XIV assegnò ad Agnesi «[...] la rinomata cattedra di Matematica dell'Università di Bologna e va da sé che non sia Lei a doverne ringraziare noi ma noi Lei». La nostra né accettò, né rifiutò tale offerta. Il suo nome restò iscritto nei ruoli dell'Università per oltre trent'anni, ma lei non andò mai a Bologna, fedele alla sua scelta di una vita santa e ritirata, vita molto lontana dalla «strega» della sua curva.

**Bibliografia:**

S. Coyaud, *I numeri per fare del bene*, Sole 24 ore, 12-12 -'99; <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Indexes/Women.html>

## ATTI MATHESIS 1998 (congresso de L'Aquila)

Per avere il volume, si devono versare 25.000 lire (pagine 326 – valore editoriale buono); il versamento deve avvenire mediante vaglia postale intestato a: «Corso Luciano c/o Mathesis VR - Via IV Novembre 11/b - 37126 Verona». Non appena ricevuto il vaglia, provvederemo alla spedizione del libro, con raccomandazione, con spese postali a carico della Mathesis Nazionale. Si deve indicare bene l'indirizzo dove deve essere spedito il volume (o i volumi), indicando anche il CAP (fondamentale). Se gli acquisti sono fatti dai presidenti di sezione, e se il numero minimo di libri acquistati sarà di 10 (dieci), il costo di ogni volume sarà di 15.000 lire. Invitiamo tutte le sezioni della Mathesis a comperare almeno dieci libri.