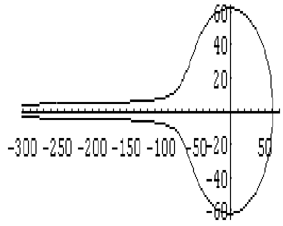
MatematicaMente

Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore responsabile: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Luigi Marigo, Elisabetta Capotosto, Arnaldo Vicentini - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 40 – aprile 2001



Moltiplicazioni esatte con numeri molto grandi utilizzando una comune calcolatrice tascabile

di Luigi Landra *

Nel mio precedente pezzullo, pubblicato sul n. 36 del dicembre 2000, affermavo che, per i controlli della validità dei calcoli delle uguaglianze in esame, mi ero servito di una comune calcolatrice tascabile.

Ciò ha meravigliato non pochi lettori ai quali è notorio che le comuni calcolatrici eseguono soltanto calcoli approssimati per numeri molto grossi. Evidentemente il procedimento da me seguito non poteva essere semplicemente la conseguenza di un uso normale della calcolatrice. È necessario che ora precisi le ragioni, sia teoriche che pratiche, del procedimento da me seguito.

Come è noto, esistono infinite numerazioni che variano l'una dall'altra soltanto per il numero di cifre che possiedono. La numerazione binaria è quella con il minore numero di cifre. Per le altre numerazioni è necessario introdurre un numero di simboli diversi che sono corrispondenti al numero di cifre che si vogliono utilizzare. Per una numerazione in base 100 o 1000 è necessario perciò utilizzare cento o mille simboli diversi. Ma ciò creerebbe difficoltà nella loro individuazione poiché si dovrebbe mandare a memoria il significato della cifra che a ciascuno di essi è stata associata. Poi ci sarebbe la necessità, per un uso spedito, di mandare a memoria anche la relative tavole di composizione (per l'addizione e per la moltiplicazione).

Tutte queste difficoltà vengono annullate se si utilizzano rispettivamente come simboli per la base 100 i primi 100 numeri della numerazione decimale a noi familiare, per la base 1000 si utilizzano i primi 1000 numeri sempre della numerazione decimale, e così via. In questo modo si ha il vantaggio di avere, pronte per l'utilizzo nella calcolatrice, le relative tavole di composizione per l'esecuzione dell'operazione mediante il comune algoritmo della moltiplicazione, utilizzando anche carta e penna. E' naturale che non si potranno usare basi di numerazione tali da non permettere di avere, con l'utilizzo della calcolatrice, i valori esatti delle relative tavole di composizione.

Vediamo ora un'applicazione: calcoliamo
38.980.745 × 3.724.057 utilizzando la base 10.000.

		3898	0745	×
		372	4057	=
		302	2465	
	1581	4186		
	27	7140		
145	0056			
145	1665	1628	2465	

Si opera come se si facesse una moltiplicazione di due cifre per due cifre e si scrivessero i risultati parziali senza tener conto dei riporti. Se convenzionalmente chiamiamo *unità* il primo gruppo di quattro cifre a destra e *decina* il gruppo di quattro cifre che gli stanno accanto, riferito a ciascun fattore, il calcolo si esegue moltiplicando unità del secondo numero per unità del primo numero, poi unità del secondo numero per decina del primo numero, poi ancora decina del secondo numero per unità del primo numero, in questo caso senza l'usuale spostamento verso sinistra, e infine la decina del secondo numero per la decina del primo numero. La facile somma, eseguita a mano, ci dà il risultato.

Con l'utilizzo della base 1000 la moltiplicazione degli stessi numeri così si effettua:

		38	980	745	×
		3	724	057	=
			42	465	
		55	860		
	2	166			
		539	380		
	709	520			
27	512				
	2	235			
2	940				
114					
145	166	516	282	465	

** Presidente della sezione di Seregno (MI) della Mathesis*

Il primo secondo dell'Universo

di Paolo Di Sia

Nella vita quotidiana l'attività umana (lavoro, spostamenti,…) si riferisce normalmente ad intervalli temporali dell'ordine dei minuti o delle ore, avendo i secondi una durata di non particolare rilevanza. Tuttavia se spostiamo la nostra osservazione all'ambito scientifico, ci accorgiamo che in alcune circostanze sia a livello microscopico che macroscopico gli intervalli di tempo dell'ordine del secondo hanno visto l'evolversi di una grande quantità di fatti. Uno degli esempi più illuminanti in tal senso è costituito dal primo secondo di vita dell'universo. Secondo le attuali conoscenze teoriche e sperimentali, infatti, l'universo sembra avere un'età finita stimabile in 15 – 20 miliardi di anni. Nel primo secondo di tutto questo tempo , per condizioni estreme che si sono verificate, sono avvenute cosi' tante cose da far suddividere il secondo in questione in ulteriori parti. In dettaglio, alla luce delle attuali conoscenze, si puo' operare una suddivisione di questo tipo:

I primi 10^{-43} secondi dopo il Big-Bang (B-B): in questo intervallo vi sono ancora molti problemi aperti, legati alla struttura stessa dello spazio – tempo.

Da 10^{-12} a 10^{-10} secondi dopo il B-B: la radiazione riempie l'universo, che appare un piccolo, caldo e denso stato quantistico. L'energia del vuoto dei campi quantistici si trasforma in un brodo primordiale di fotoni, gluoni ed altre particelle elementari. In questa fase la radiazione predomina sulla materia. Nell'universo in espansione riempito di radiazione si creano coppie di particelle e antiparticelle che si annichilano tornando radiazione. Nell'espansione e raffreddamento dell'universo sembra essersi creato un maggior numero di *quark* rispetto agli *antiquark*, poiché oggi si osservano più particelle del primo tipo rispetto al secondo.

A 10^{-10} secondi dal B-B l'energia media delle particelle è scesa alla scala di energie tipica delle forze nucleari deboli. Dalla radiazione si creano i bosoni (W^+, W^-, Z) che trasmettono la forza nucleare debole, i quali acquistano la loro massa attraverso il processo di rottura spontanea della simmetria.

A 10^{-4} secondi dal B-B i quark e i gluoni vengono confinati costituendo particelle che non esistevano prima di questa era (*mesoni* come il π e *barioni* come il protone e il neutrone).

Si arriva perciò ad 1 secondo dal B-B; protoni e neutroni non si trasformano più rapidamente l'uno nell'altro, ma il processo si assesta nella condizione di circa 7 protoni per ogni neutrone. I neutrini e gli antineutrini si disaccoppiano dal resto della materia e radiazione. Una diretta conseguenza dell'eccesso dei protoni sui neutroni è l'eccesso di idrogeno sull'elio, oggi osservato. Non si può non rimanere colpiti da tale scenario!

Geometrie che ripugnano alla "natura della linea retta"

di Ivano Arcangeloni

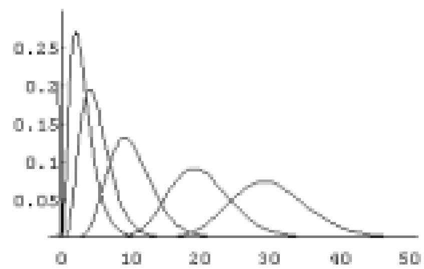
Le pubblicazioni di carattere storico e filosofico sulle geometrie non euclidee sono innumerevoli e credo che abbia poco senso qui richiamarle o ripercorrere i momenti salienti di questa pagina, sicuramente nota, della storia della matematica. C'è tuttavia un fatto che mi ha sempre incuriosito in questa vicenda, e che mi pare non essere stato sviscerato da altri, una differenza di date clamorosa, un ritardo di oltre due secoli nell'accettazione delle geometrie nel *corpus* delle conoscenze matematiche rispetto a quanto è accaduto per l'accoglimento dell'ipotesi copernicana in ambito fisico-astronomico. Partiamo da qui, dalle date: è del 1615 la pubblicazione del *De rivolutionibus orbium celestium* del Copernico, è del 1619 quella dell'*Harmonices mundi* del Keplero, di qualche anno più tardo il processo galileiano, il *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* vede la luce nel 1636. Quindi, nonostante il processo, nonostante la scoperta opposizione degli aristotelici alla nuova ipotesi astronomica, a metà del '600, almeno nel seno della comunità scientifica del tempo, quello che definirò il pregiudizio aristotelico in astronomia era stato definitivamente abbandonato. Che dire invece del pregiudizio aristotelico in matematica? Che dire cioè della resistenza che la comunità dei matematici ha dimostrato nell'accogliere una nuova idea di spazio geometrico? Sappiamo che il grande Gauss aveva pensato ad una geometria non euclidea già nei primi anni dell'Ottocento, è anche noto che nei primi venti anni del XIX secolo vengono date alle stampe i lavori di Lobachevskij, che però compaiono, in forma non definitiva peraltro, solo in un'oscura rivista scientifica dell'Università di Kazan, e di Janos Bolyai, questo pubblicato in appendice ad un lavoro del padre Farkas, che, oltre che matematico, era amico di Gauss; questi lavori furono tuttavia poco considerati dai matematici del tempo, e va anche detto che il giovane Janos aveva proseguito anche dopo la pubblicazione delle sue note sulla geometria iperbolica a tentare di dimostrare il V postulato euclideo sulla base dei primi quattro, e quindi che non era affatto consapevole dell'indipendenza logica del postulato delle parallele. Mi pare che si debba attendere la tesi di abilitazione per l'esame da *privatdozent* di Riemann per poter parlare di accoglimento delle nuove geometrie da parte dei matematici: in questo lavoro Riemann dimostrò che una superficie *n*-dimensionale descritta da una parametrizzazione gaussiana è una superficie in cui vale la geometria euclidea quando la curvatura gaussiana (K) vale 0, una superficie a geometria ellittico-sferica per K>0, una superficie a geometria iperbolica per K<0. Le tre geometrie divenivano allora aspetti diversi di uno stesso problema, quello della curvatura, e la scoperta di questa nuova *armonia* del sapere, tanto cara ai matematici, comportò in via definitiva l'accettazione delle due geometrie non-euclidee: era il 1854, 218 anni dopo la pubblicazione del Dialogo galileiano. Duecentodiciotto anni mi sono sembrati sempre un troppo ampio lasso di tempo. Certo si trattava di scoperte che avevano diversa natura, la comunanza è però in qualche modo data dalla natura aristotelica del sistema tolemaico e degli Elementi di Euclide. Lo scontro è stato duro in entrambi i casi, proprio perché di guerra contro un fortissimo pregiudizio si trattava: almeno fino alla metà del '600 la definizione di "scientifico" coincideva con quella di "aristotelico", quella di "non aristotelico" con "pseudo-scientifico". In particolare per quel che concerne la matematica l'influenza di Aristotele nella compilazione degli *Elementi* è stata messa in evidenza da moltissimi studiosi [B.1]; era ovvia conseguenza di questo considerare non aristoteliche le nuove geometrie, ma lo straordinario della vicenda mi pare proprio essere questo: nonostante che il sistema copernicano andasse contro sia all'evidenza sensibile che al dogma ecclesiastico, questo si affermò con due secoli di anticipo rispetto all'idea che due rette parallele possano anche avvicinarsi l'un l'altra asintoticamente... In fondo chi può affermare di aver mai "visto" una retta? Cos'è poi una retta? Oggi, dopo i *Grundlagen der Geometrie* di Hilbert, sappiamo che è un ente primitivo, ma nell'Ottocento valeva ancora la definizione euclidea [B. 2]: la II definizione degli *Elementi* suona "linea è lunghezza senza larghezza", la IV "linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai punti su essa" [B.3], Hilbert ci ha appunto insegnato che queste "definizioni" non dicono molto di per sé, e più di questo, appunto, che una "definizione" di retta o punto *non* si può dare. (*segue nel n. 41*)

[B.1] Si vedano, per esempio: Agazzi E., Palladino D., *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria*, Milano 1978.

[B.2] Umberto Bottazzini in *Il flauto di Hilbert - storia della matematica moderna e contemporanea*, UTET, Torino 1990, osserva che ancora nel 1863 Cremona e Brioschi, membri della Commissione del Ministero Pubblica Istruzione del neonato Regno d'Italia, fecero adottare come testo di geometria nei licei gli *Elementi*.

[B.3] Vedi in Bottazzini U., Freguglia P., Toti Rigatelli L., *Fonti per la storia della matematica*, Firenze 1992, p. 74; questo testo è un interessante "antologia" di frammenti significativi di testi che hanno fatto la storia della matematica.

Famiglie di densità di probabilità Gamma



$$G(x;\,\alpha,\,n)=\begin{cases}\dfrac{\alpha^n\cdot e^{-\alpha\cdot x}\cdot x^{n-1}}{\Gamma(n)} & \left\{x\,\middle|\,x\in R^+;\alpha>0,\ n\in R^+\right\}\\ 0 & \text{altrove}\end{cases}$$

ove $\Gamma(n)=(n-1)!$ È noto che il comportamento della funzione di densità di probabilità Gamma, al crescere di *n* (dal punto di vista statistico *n* rappresenta la numerosità campionaria) e $\forall\alpha$ costante, converge alla densità di probabilità Normale; cioè; $[n\to\infty]\Rightarrow[G(x;\alpha,n)\to N(\mu=n/\alpha;\sigma^2=n/\alpha^2)]$.
Nel grafico riportato sopra, si può vedere empiricamente questa tendenza per *n*=3, 5, 10, 20, 30. (*di Luciano Corso*)

Bibliografia: L. Daboni, Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica, UTET, Torino, 1980