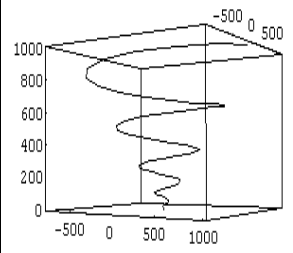


MatematicaMente

Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Luigi Marigo, Elisabetta Capotosto, Arnaldo Vicentini - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 55 – luglio 2002



Un teorema di incompletezza

di Vincenzo Zamboni

[Segue dal n. 54] Il tipo di situazione descritta si verifica anche in fisica (in chimica, in biologia, ...). È proprio modificando il concetto di informazione utile che gli innovatori costruiscono nuove T.P., che si aggiungono alle vecchie, a volte semplicemente affiancandole col mostrare nuovi aspetti del fenomeno, che prima erano stati trascurati e omessi, altre volte ampliando la vecchia teoria, che diventa un sottoinsieme della nuova. Secondo Newton, la velocità di un corpo è irrilevante per la costruzione dell'equazione del moto, che infatti non contiene v : $F=ma$. Secondo Einstein la velocità è rilevante, e la relatività speciale contiene la teoria di Newton come sottoinsieme, valido per velocità piccole rispetto a quelle limite ($v \ll c$).

Quanto descritto finora vale fintantoché ci muoviamo nell'ambito delle TP. Ognuna di queste teorie fornisce in uscita alcune informazioni particolari (sul comportamento delle onde elettromagnetiche, sul moto delle particelle classiche, sugli autostati degli elettroni in un potenziale...), e ci dà informazioni specifiche in conseguenza non solo della struttura della teoria, ma anche perché dalla realtà iniziale R_0 , intesa come insieme di tutti i fenomeni, abbiamo scelto una serie di informazioni iniziali I_1 , che sono inferiori a $I(R_0)$:

$$I_1 < I_{R_0} \quad (6)$$

Questa è l'operazione preliminare che ho chiamato «riduzione di realtà» e non manca mai nella costruzione delle teorie fisiche. Dallo studio dei più banali sistemi meccanici sui testi di fisica elementare, come un paio di biglie che si scontrano a bassa velocità, fino alle situazioni assai complesse indagate al CERN di Ginevra e negli altri istituti di ricerca sulla alte energie, noi cominciamo sempre con una serie limitata di grandezze scelte come significative, x_1, x_2, \dots, x_n , con le quali costruiamo un modello e cerchiamo di individuare le sue regole di comportamento, in accordo con le osservazioni. Per quanto numerose siano le x_n (possiamo includere non solo i dati numerici, ma tutte le nostre idee sul fenomeno), la riduzione di realtà c'è sempre, perché nessun evento comprende solo le informazioni I_1 con cui costruiamo modelli e teorie, e il funzionamento della teoria non produce un aumento di informazione: ci permette solo di selezionarla, in vari modi. Fin qui è andata bene perché abbiamo visto che lo scopo delle TP è di selezionare, come risultato, quelle che abbiamo definito informazioni utili, I_u . Ma il concetto di «informazione utile», contrapposto a «inutile» ha ancora senso, quando cerchiamo di costruire una teoria unitaria? Le equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo sono il risultato di una lunga procedura che ha selezionato informazioni come «cariche», «campi elettrici e magnetici», «masse» e così via. Le equazioni di Maxwell ci forniscono, perciò, vari tipi di risultati, includendone altri (ad esempio, non ci dicono nulla sulla temperatura, non ci danno informazioni sugli autostati dei fotoni, non ci dicono se le masse incurvano lo spazio oppure no ...).

Molti fisici ritengono che costruendo teorie sempre più potenti, come fece Maxwell unificando i fenomeni elettrici con quelli magnetici, e trovando, per essi, un quadro esaustivo, prima o poi dovremo pur arrivare a una sintesi finale, ma la richiesta di realtà a monte di ogni teoria e modello è compatibile con questo progetto? Ricordiamoci che una volta selezionata I_1 , può solo elaborarla per evidenziarne vari aspetti implicati.

Consideriamo bene cosa si chiede a quella che i fisici chiamerebbero teoria unitaria: a) dovrebbe descrivere tutte le forze fondamentali della natura, cioè le quattro note, ed eventuali altre da scoprirsi (ad esempio la quinta forza?); b) essere compatibile con la relatività classica e con quella di Einstein sia speciale che generale; c) compatibile con i microsistemi della fisica quantistica, con i macrosistemi dell'astronomia ed eventuali altri, micro e macro, fossero eventualmente scoperti; d) funzionare dallo 0 Kelvin a qualunque temperatura superiore (e se un giorno si scoprissero altri stati sotto lo 0 Kelvin, funzionare anche là); e) ... varie ed eventuali; f) come caratteristica conclusiva e fondamentale: da una simile teoria dovrebbe essere deducibile una descrizione (e una attività di previsione) di qualsunque fenomeno possibile.

I prime cinque punti ci dicono solo che si tratta di una impresa molto difficile, per cui si capisce che anche scienziati come Einstein abbiano fallito. Tuttavia non bastano ad escludere che il miglioramento delle conoscenze possa bastare, un giorno, a risolvere il problema. [segue al numero 57]

[2] Fisico, in quel di Verona

Una presentazione: il fare matematica

di Ivano Arcangeloni

Collezionista di malie dell'animo...

Difficile dire oggi cosa significhi fare matematica. Difficile, da insegnante, sperare che i tuoi studenti capiscano il perché dell'importanza formativa della matematica. Per intanto, nel presente, la matematica richiede loro solo sacrificio, pazienza, infinita pazienza, i tempi antichi del rimuginare sulle figure geometriche che Archimede si disegnava sulla spiaggia siracusana, aggirandosi attorno a quelle forme, vaghe rappresentanti delle forme platoniche ideali, per ore interminabili alla ricerca di un'idea, di una risposta ad un quesito, di un perché, e non appena quella risposta fosse giunta, di un altro interrogativo ancora, di un altro cimento della mente e dell'animo.

Che senso ha tutto questo? Non passa giorno, non passa ora di lezione che lo sguardo annoiato di uno studente ti lancia la più difficile delle domande, quella a cui non sai dare risposta. Domanda antica, di almeno quattro secoli, se Evangelista Torricelli in una sua lezione accademica che aveva per oggetto l'elogio delle matematiche ebbe a scrivere: «Io confesso di non aver incontrato briga maggiore, né difficoltà più frequente che nel dovere ogni giorno rispondere all'interrogazione fattami: a che servissero queste matematiche?». Lui con elegante argomentare secentesco ne concludeva che le matematiche servivano a leggere la natura, poiché Galileo, maestro del Torricelli, in primis e gli altri matematici del Seicento stavano appunto dimostrando che le leggi della natura erano quanto mai semplici ed eleganti equazioni matematiche, e poi anche perché servivano a comprendere il disegno divino che il senso stesso dell'Universo aveva scritto in linguaggio matematico.

Se la domanda, la «briga» che Torricelli sentiva nel rispondervi, rimangono assolutamente attuali, le argomentazioni, le risposte non sono più valide, in un secolo che ha superato ogni possibilità del divino e dell'umano, in un millennio che si apre all'insegna del virtuale, dell'incerto e dell'apparire, che

non conosce più le logiche dell'essere, puoi anche continuare a predicare il verbo matematico, ma non susciteresti che il sorriso pietoso dell'interlocutore.

Allora a che serve la matematica? A nulla. A nulla di concreto, il matematico *concretamente* non fa nulla. Di qui la sua grandezza, di qui la bellezza della sua professione, che non serve ad arricchirsi, ad arricchire, che non serve a farsi belli presso gli amici, che non può promettere nemmeno i sogni di gloria dell'etereo mondo dell'arte: non c'è davvero nulla di affascinante che si possa comunicare del fare matematica. Il musicista può allietare i suoi amici, e meritarsi gli applausi di un vasto pubblico, il pittore abbellire le case di importanti committenti o l'animo dei tanti visitatori di un museo, il matematico lavora solo per sé, abbellisce soltanto la sua mente. E non può nemmeno dirlo ad alta voce altrimenti lo scambiano per pazzo.

La pazzia si associa a tanti matematici, la follia, l'incapacità di stare coi piedi a terra, l'incapacità di confrontarsi coi problemi del materiale e del quotidiano. I matematici che hanno fatto notizia, che hanno fatto parlare di sé sono solo loro, quelli malati, perché questa società dell'effimero e delle notizie rosa ha bisogno di questo tipo di mitologie per interessarsi a qualcosa. Così la vicenda di sofferenza e gloria di J. Nash è diventata soggetto per un filmone hollywoodiano campione di incassi e di Oscar, che ci mostra una matematica che si disegna sui vetri di una camera da letto, e che si fa solo per intuizione divina.

I tanti matematici che stanno chiusi nei loro studioli, piegati sui loro libri, a chiedersi, interrogarsi, mettere alla prova la loro mente, per ore e ore e ore, loro non fanno notizia. Il fatto che la matematica sia innanzitutto il ferreo sacrificio dello studiare, la massima disciplina della mente, non interessa a nessuno, non fa cassetta, non fa arricchire, non piace, annoia, semplicemente. Eppure di pensare, e di faticare pensando, abbiamo disperatamente bisogno, questa umanità e questo tempo hanno disperatamente bisogno. Ma non servirà a nulla nemmeno scriverlo qui. La malie dell'animo che il matematico colleziona sono anche queste. Speranze, sogni, vane le prime, irrealizzabili i secondi. Ed è anche un ripararsi, nell'unico mondo dove non conta nient'altro che ciò che sei e che sai fare, dove non servono amicizie e spinte, dove non conta il denaro. Ed è più ancora di questo: un nascondersi, nell'unico mondo dove continuano a trionfare la logica, e la ragione e il buon senso.

Spirale logaritmica a crescita lineare in spazio a 3 dimensioni

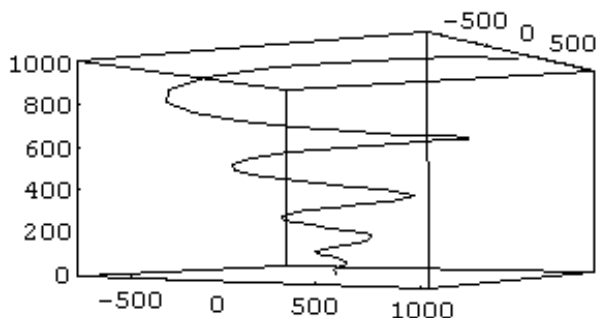


Grafico realizzato con MATHEMATICA della Wolfram Research. Il seguente programma è stato realizzato da L. Corso:

```
ParametricPlot3D[{(t^2)*Cos[t], (t^2)*Sin[t],
t^2}, {t, 0, 10 Pi},
PlotRange -> {0, 1000},
ViewPoint -> {1.850,
-2.831,
-0.116}
]
```

Fine

I gravitini

di Paolo Di Sia *

Tra i tentativi di costruire una teoria unificata delle forze della natura, uno dei più affascinanti riguarda le teorie di stringa. Ogni teoria unificata che pretenda di descrivere la realtà fisica nella sua totalità deve contenere entrambi i tipi di particelle conosciuti in natura, cioè i *bosoni* e i *fermioni*. Un nuovo tipo di simmetria, la *supersimmetria*, storicamente introdotta da un punto di vista matematico come la più generale estensione del gruppo di Poincaré e nata in tempi recenti (intorno al 1974), lega assieme bosoni con fermioni, postulando l'esistenza di un bosone per ogni fermione conosciuto e viceversa. Essa predice l'esistenza per ogni particella standard di un *partner supersimmetrico* (detto anche *super-particella* o *sparticella*). Ciò porta a considerare bosoni e fermioni raggruppati in *multipletti* (*supermultipletti*). Nel caso del campo gravitazionale, al gravitone (bosone di spin 2) risulta associato un fermione di spin 3/2 detto **gravitino**. Si ottiene perciò il multipletto [2 , 3/2].

Per fornire alcuni dettagli tecnici, partendo dalla gravità pura con l'azione di Einstein-Cartan:

$$A = \int_{M_4} R^{ab}(\omega) \wedge V^c \wedge V^d \varepsilon_{abcd} = -4 \int_{M_4} R \sqrt{-g} d^4x$$

dove M_4 = varietà riemanniana 4-dimensionale e R^{ab} =2-forma di curvatura, la variazione di questa azione porta all'equazione di Einstein della gravità pura e alla condizione di torsione nulla. Il gravitino è descritto da un campo γ^a la cui equazione del moto deriva dalla lagrangiana di Rarita-Schwinger:

$$L_{R-S} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \bar{\psi}_\mu \gamma_5 \gamma_\nu \partial_\rho \psi_\sigma$$

(γ_μ = matrici di Dirac in rappresentazione 4-dimensionale;

$\gamma_5 = i / 4! \varepsilon_{abcd} \gamma^a \gamma^b \gamma^c \gamma^d$).

Accoppiando opportunamente le due lagrangiane si ottiene una lagrangiana invariante rispetto a trasformazioni locali di Lorentz, a diffeomorfismi di spazio-tempo e alle trasformazioni di supersimmetria. La corrispondente teoria interagente è la supergravità pura (in 4 dimensioni e con una carica supersimmetrica) e descrive il multipletto di cui sopra.

Da un punto di vista fenomenologico è proprio la supergravità con una carica supersimmetrica (o $N=1$, come si dice) ad avere notevole importanza, dal momento che lo spettro conosciuto dei fermioni a basse energie (intendendo per basse energie la regione dei 100 GeV) implica che essi si trovino in rappresentazioni complesse *chirali* del gruppo di *gauge*; tale fatto non è compatibile con la supergravità estesa ($N > 1$), la quale permette solo rappresentazioni reali delle particelle rispetto ai gruppi di gauge considerati.

Da un punto di vista sperimentale, la regione di energia sopra citata è raggiungibile dai grandi acceleratori di particelle esistenti e in essa si possono "cercare" alcune delle sparticelle previste. Diverse analisi dei dati raccolti con l'esperimento DELPHI a LEP200 (CERN/esperimento DELPHI (Ginevra)) sono in corso per cercare gli stati più bassi delle nuove particelle supersimmetriche. Negli scenari in cui la rottura della supersimmetria è mediata da interazioni di gauge, si ipotizza che gli sfermioni più leggeri decadano in un fermione ed un gravitino. In particolare, per certi valori della massa del gravitino, le sparticelle acquistano una vita media che può essere misurata nelle interazioni alla massima energia di LEP.

Bibliografia: L. Castellani, R. D'Auria, P. Fré, Supergravity and Superstrings: a geometric perspective, *World Scientific* - P. Di Sia, Costruzione geometrica della teoria di supergravità $N=1$, $D=4$ accoppiata alla materia, *tesi, Padova*

<http://welcome.cern.ch/welcome/gateway.html>

* *Culture di Fisica presso la Facoltà di Scienze, Istituto Politecnico, Università degli Studi di Verona.*

Sul sito www.istruzione.it nelle news "MIUR e associazioni disciplinari" è data notizia del rapporto instaurato tra Ministero della P.I. e Mathesis e si invitano i Direttori Regionali a tenerne conto.