MatematicaMente

Pubblicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Elisabetta Capotosto, Arnaldo Vicentini - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432
e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 79 – maggio 2004

La quarta "i"

di Ivano Arcangeloni

«Avendogli un dottore ebreo, nel legger matematiche a Pastrufazio, e col sussidio del calcolo, dimostrato come pervenga il gatto (di qualunque doccia cadendo) ad arrivar sanissimo al suolo in sulle quattro zampe, che è una meravigliosa applicazione ginnica del teorema dell'impulso, egli precipitò più volte un bel gatto dal secondo piano della villa, fatto curioso di sperimentare il teorema. E la povera bestiola, atterrando, gli diè difatti la desiderata conferma, ogni volta, ogni volta! come un pensiero che, traverso fortune, non intermetta dall'essere eterno; ma, in quanto gatto, poco dopo morì, con occhi velati d'una irrevocabile tristezza, immalinconito da quell'oltraggio. Poiché ogni oltraggio è morte». Parole di Carlo Emilio Gadda, un passo dal suo *La cognizione del dolore*. La ricchezza della lingua, il periodare complesso e articolato, che costituiscono un piacere della mente destinato tuttavia a pochi, ci fanno meglio comprendere quanto ebbe a denunciare Giovanni Pacchiano, in una pagina del *Domenicale* del *Sole 24 Ore* dello scorso 22 giugno, e cioè l'essere diventato ormai Gadda impraticabile per gli studenti delle nostre scuole, l'essere la sua lingua così densa di riferimenti davvero *autenticamente* "interdisciplinari", ormai destinata ad un piccolo pubblico di eruditi. E questo intristisce, non solo l'appassionato cultore di belle lettere, ma anche il modesto studioso di cose matematiche. "I limiti del mio linguaggio sono i limiti del mio mondo", è uno di quegli aforismi che condensano una intensa e intrigante riflessione filosofica di Wittgenstein. Accontentiamoci delle "apparenze", stiamo in superficie, al significato "immediato" di questa sentenza. Il mio linguaggio *limita* il mio mondo, se non ho parole per comprenderne la complessità, per esprimere la *mia* complessità, ne resto escluso, estraneo. Le famose "i" berlusconiane hanno, mi pare, dimenticato una quarta, importantissima "i": l'italiano. Va bene l'inglese, lingua della comunicazione internazionale, anche se qualcuno potrebbe eccepire che così si perpetua nel campo delle lingue la domininazione statunitense [Ci sono ancora oggi movimenti di persone che tentano, di proporre come alternativa all'inglese, l'esperanto (*www.linguainternazionale.it*)]; va bene l'informatica, col dubbio di sempre: non sarà solo l'informatica dell'utilizzo di un software preconfezionato? E l'impresa, forse non va bene nemmeno in principio. Ma lasciamo da parte la politica. E l'italiano? Assisteremo impotenti al suo progressivo impoverimento? Stiamo qui, anche noi insegnanti di matematica, inerti di fronte al fatto che i nostri studenti non sanno più leggere Dante e nemmeno Manzoni? E non possono apprezzare Gadda, poiché il loro possibile, potenziale piacere si scontrerebbe col bisogno di correre al dizionario (e lo sanno poi usare?) per cercare il significato delle parole che usa ogni due o tre righe. Non è grave che si dimentichi Dante, in sé. Il fatto più grave è che senza la quarta "i" i nostri allievi, che crescono a messaggini, *chat*, e televisione, non avranno (forse già non hanno) le parole per esprimere i loro bisogni più elementari, le esigenze del loro animo, e non è forse da qui che nasce tanto del loro disagio? E la paura della diversità, dell'altro, dello straniero, non è forse solo un limite di linguaggio, e dunque di mondo? Mancano le parole per argomentare, per comprendere, per capire. E forse anche noi da insegnanti di matematica potremmo fare qualcosa, aiutare una inversione di tendenza, o almeno manifestare un disagio: non paghiamo forse anche noi l'ignoranza di linguaggio dei nostri allievi quando tentiamo di insegnare un po' di geometria sintetica, un po' di logica, un po' di definizioni dell'analisi? Saprà mai cogliere la differenza tra "estremo superiore", "punto di accumulazione" o "massimo" lo studente che scrive "Madame Lovary" (invece di "Bovary"; "lovo" in dialetto romagnolo significa "goloso"), "accheffare" o "xké"? Il suono, la concordanza fonetica, più che non il significato, sembra ispirare il loro linguaggio, così "sulla base del suono" sembra che scrivano cose come "la sioma di parallelismo" o "il quinto postulato che dice che.": proprio così, punto, dopo un "che" punto. Oppure "per precedente dimostrazione" e prima non c'era nessuna dimostrazione. Per loro sono solo formule, un po' come il "cvd" appiccicato alla fine di una pseudo-dimostrazioncina, che quello ci va sempre, oppure gli "angoli opposti al vertice" che suona anche piuttosto bene. L'interesse per la lingua, il linguaggio, attraversa l'attività culturale di molti matematici, basti citare i nomi di Gottlob Frege, col quale nasce la filosofia del linguaggio, o di Bertrand Russell, dello stesso Wittgenstein, del nostro Giuseppe Peano che lavorò tra le altre cose anche al progetto di una lingua internazionale, il *latino sine flexione*, così come per alcuni filosofi del linguaggio, come Quine, Austin o Davidson, lo studio della matematica è stato irrinunciabile. Proprio la matematica può allora avere un suo ruolo preciso e prezioso in questa battaglia "per la difesa di una vera lingua italiana", e questo potrebbe essere un obiettivo autenticamente interdisciplinare, spendere ogni disciplina nella formazione di un giovane che si sappia esprimere correttamente, che sappia scrivere in modo completo tutte le parole, e poi anche fornire esempi di arricchimento linguistico, che dalla matematica prendano spunto. È il caso di Lucio Saffaro, autore di notevoli dipinti a soggetto "matematico", oltre che di numerosi componimenti poetici. In uno di questi, la *Teoria de l'EST*, Saffaro ha perfino creato una lingua artificiale, chiusa su stessa, con un gergo limitato, nella quale è possibile costruire una "proposizione totale", ovvero una proposizione che faccia riferimento in un colpo solo a tutte le parole della lingua, questa proposizione suona così: "*I fleuri del turidico difilanti il gestaldo sono le paristille nitiganti le verniere similative delle paristille delle quirine di rauma delle paristille delle camene erismanti una miratura del turidico*" [1]. A chi chiedesse cosa siano i "fleuri" si può dare facile risposta scorrendo una delle *definizioni* che anticipano la creazione della citata proposizione: "Fleuro – paristilla nitigante i raumi". Volete poi sapere che siano i raumi? Ecco la risposta di Saffaro: "Rauma – verniera similativa delle paristille", e così via, alla fine però il processo ha termine, poiché questa lingua, è *chiusa*: o per usare le parole dello stesso Saffaro, un "lessico finito chiuso esaustivo e curvo". Saffaro, in questo suo testo, ci ricorda che aveva cominciato a studiare lessici artificiali limitati, in opposizione a quelli naturali potenzialmente illimitati, per indagare le "riposte strutture semantiche del lessico e le sue qualità ontologiche". Quanto è amaro allora constatare che il lessico limitato e chiuso possa essere più ricco di quello aperto, e solo potenzialmente illimitato, a cui si sta riducendo il nostro linguaggio naturale. Ma noi, forse, ostinandoci ad insegnare lessici artificiali potremmo fare qualcosa anche per salvare, o addirittura arricchire i lessici naturali. Il nostro "Riducimi in forma canonica" o il nuovo libro di Corso "Parabole e punti", a ben vedere è un altro tentativo in questa direzione.

[1] Saffaro, Lucio, *Teoria de l'EST*, Roma, 1969, pagg.XV. e XVI

Altre osservazioni sui numeri periodici

Luigi Landra *

Ci sono ulteriori interessanti aspetti relativi ai numeri periodici [si consideri anche quanto esposto sul n. 75 di MatematicaMente del gennaio 2004], sempre tra quelli ignorati dalla corrente pubblicistica nei manuali scolastici in materia. Va rilevato la relazione esistente tra numeri periodici e progressioni geometriche. Ogni numero periodico della numerazione decimale con il periodo formato da una sola cifra, si può considerare somma di termini di una progressione geometrica di ragione 1/10. Per esempio 0,(3), la cui frazione generatrice è 1/3, è la somma dei termini:

$a_1 = 0{,}3$; $a_2 = 0{,}3\cdot(1/10) = 0{,}03$; $a_3 = 0{,}03\cdot(1/10) = 0{,}003$; …
cioè:

$$\sum_{i\geq 1} a_i = 0{,}(3)\ .$$

Se le cifre del periodo sono due, allora la ragione della progressione sarà 1/100, se sono tre sarà 1/1000, e così via. Per esempio 0,(34), la cui frazione generatrice è 34/99, è la somma dei termini:

$a_1 = 0{,}34$; $a_2 = 0{,}34\cdot(1/100) = 0{,}0034$;
$a_3 = 0{,}0034\cdot(1/100) = 0{,}000034$; …

Nel caso in cui il numero periodico abbia l'antiperiodo, allora i termini della progressione iniziano soltanto dal periodo. Per esempio, 1,25(4), la cui frazione generatrice è 1129/900, è composto dalla somma dei seguenti infiniti termini:

$a_1 = 1{,}254$; $a_2 = 0.004\cdot(1/10) = 0{,}0004$;
$a_3 = 0{,}0004\cdot(1/10) = 0.00004$; …

Il mancato rilievo di questo importante aspetto dei numeri periodici, sempre nei manuali dei corsi di matematica destinati alla scuola media inferiore, si può anche giustificare per il fatto che la nozione di numero periodico è prevista dai vigenti programmi ministeriali per gli allievi della seconda classe, mentre non è previsto, nello stesso anno, che venga contemporaneamente introdotto il concetto di progressione geometrica. Esplicitando chiaramente ciò che già da me è stato evidenziato nel predetto articolo (n. 75 di MatematicaMente), occorre sottolineare la circostanza che ogni numero razionale è periodico e, poi, anche che ogni numero periodico è razionale. Ciò porta a considerare normale che ogni numero razionale sia periodico e, di conseguenza, che i numeri semplicemente chiamati interi e i numeri decimali finiti siano dei sottoinsiemi dei numeri razionali, facendo cadere la tradizionale distinzione che si considera, tra numeri decimali finiti e numeri periodici. SI può, inoltre, mettere in evidenza come verificare, partendo dalle frazioni generatrici, la conseguenza della mia osservazione secondo la quale i numeri periodici con periodo 9 coincidono con il numero intero di una unità superiore rispetto alla parte intera del numero periodico dato. Dopo queste osservazioni, mi viene spontanea la puntualizzazione di regole pratiche, utili per effettuare somme e sottrazioni di numeri periodici senza passare attraverso le corrispondenti frazioni generatrici, come, invece, suggeriscono di procedere, al riguardo, tutti i manuali. È vero che queste regole potrebbero, a prima vista, sembrare superflue, ma teniamo presente che è sempre meglio prendere in considerazione la via più breve per arrivare a dei risultati.

I numeri periodici di periodo "(9)" non capitano nella costruzione della rappresentazione decimale con la divisione se non … per artificio, come ora mostriamo con un esempio. Si consideri 3 = 3/1. Nella divisione 3:1, anziché estrarre la cifra quoziente 3 con relativo resto 0, ottenendo appunto 3 = 3,(0), estraiamo la cifra 2 con relativo resto 1. Proseguendo la divisione, anziché dire "dieci diviso uno fa dieci con resto zero", diciamo "dieci diviso uno fa nove con resto uno". Troviamo così 3 = 2,(9). Naturalmente, riotteniamo 3 con la frazione generatrice 2.(9) che è (29-2)/9 = 27/9 = 3/1.

Numeri periodici di periodo "(9)" capitano però nel calcolo aritmetico su numeri periodici. Ad esempio:

0,(428571) + 0,(571428) = 0,999999 = 0,(9).
Ovviamente, come (3/7)+(4/7) = 7/7 = 1,
così, usando la rappresentazione decimale per gli addendi,
0,(428571)+0,(571428) = 0,(9) = 1.

Va precisato inoltre che la cifra 9 si comporta conformemente alle altre cifre se fa parte dell'antiperiodo oppure se accompagnata da altre cifre nel periodo, come si constata dai seguenti esempi:

$$2{,}3(594) = \frac{23594-23}{9990} = \frac{23571}{9990}\ ;\quad 2{,}9(62) = \frac{2962-29}{990} = \frac{2933}{990}\ .$$

La somma di più numeri periodici si esegue scrivendo in colonna, ordinatamente, i numeri stessi con un quantitativo di cifre decimali sufficiente affinché, considerando sia il periodo che l'eventuale antiperiodo, l'addendo composto da più cifre possa essere scritto nella sua interezza. Si riesce a scrivere il corrispondente numero periodico somma dopo aver la possibilità di determinare esattamente le cifre del periodo operando in questo modo. L'ultima cifra decimale del periodo della somma risulta sempre arrotondata per difetto. Ad esempio, nel caso della seguente somma 0,322(47) + 1,2(54) + 3,28(95) così si procede:

0,322474747… +
1,254545454… +
3,289595959… = 4,866616160…

corrispondente al numero periodico 4,866(61). Ecco un caso di sottrazione 4,(5) – 2,328(95):

4,555555555… – 2,328959595… = 2,226595960…

corrispondente al numero periodico 2,226(59). Come si vede, nel caso della sottrazione, l'arrotondamento dell'ultima cifra del periodo è effettuata, invece, per eccesso.

* Presidente della Mathesis sezione di Seregno MI

Avviso

A partire dal mese di settembre, spediremo i numeri di MatematicaMente via e-mail, in PDF-Acrobat. Le ragioni sono legate tutte a un problema di costi di produzione della rivista. Per questo motivo invitiamo tutti i soci e gli abbonati alla rivista che hanno un indirizzo di posta elettronica a inviarlo alla redazione (indirizzo di posta elettronica: lcorso@iol.it). Chi non disponesse della posta elettronica, riceverà comunque la rivista per posta ordinaria.

Punti di vista sulla conoscenza

[*Segue dal n. 78*] Teeteto, quindi, afferma che *la conoscenza è opinione vera*. Socrate non si arrende: "Tu dunque distingui tra opinione vera e opinione falsa?" È estremamente difficile fare una simile distinzione – su quale base? – ed esiste sempre il pericolo di dover fare affidamento ancora al concetto di sensazione che abbiamo visto quanto sia ambiguo e poco preciso. Teeteto allora corregge il tiro e afferma che *la conoscenza è opinione vera accompagnata da ragione*. Le cose si complicano. Socrate mette alle sbarre Teeteto il quale però ha guadagnato in modestia e spirito critico. Dalla lettura dei passi di Platone non pare che Socrate avesse una propria idea della conoscenza. Egli si limitava a confutare le convinzioni comuni del tempo.

È in Aristotele [B.2] che l'idea di conoscenza diventa sostanzialmente articolata. Nel pensiero aristotelico, rispetto alle concezioni del tempo, ci sono molte novità. La prima è che lo sviluppo della conoscenza si manifesta sempre attraverso una *percezione dell'intricato rapporto tra potenza e atto*. La manifestazione del mondo è un gioco sottile di queste due proprietà. L'atto ha una assoluta preminenza e diventa il sostegno che porta la potenza a trasformarsi in nuovo atto; così il movimento trasforma lo stato di natura. Tutto ciò che è realtà (mosso da potenza) è un continuo divenire in atto. Per Aristotele, però, la conoscenza è anche il risultato di un'altra *dicotomia compenetrata tra il senso e la ragione*. In questo passo, egli trova forse per la prima volta con chiarezza una novità; Infatti, la percezione sensoriale – comunque importante – filtrata dalla ragione, porta alla scoperta di una proprietà comune alle cose: *il concetto*. (*di L. Corso*) [*Segue al n. 80*]