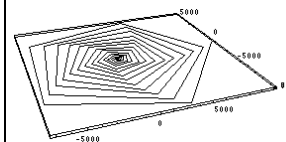


MatematicaMente



Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Elisabetta Capotosto, Arnaldo Vicentini - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432 e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 81 – luglio 2004

Punti di vista sulla conoscenza

di Luciano Corso

[Segue dal n. 80]

Per Eraclito (550-480 circa a.c.) – contemporaneo di Parmenide – la dicotomia tra l'essere e il non essere va mediata dal sottile concetto del divenire ($\pi\alpha\nu\tau\alpha'$ ρει = *pantá rhêi*) e perciò *conoscere si può solo se si completa l'analisi dell'essenza delle cose con l'analisi del divenire delle stesse*. Egli contrasta il concetto parmenideo di conoscenza e sostiene che proprio a causa del loro divenire le cose possono essere e non essere, proprio come gli uomini che durante la vita cambiano pur rimanendo anche sempre parte di se stessi o come l'acqua del fiume che non finisce mai di fluire, pur rimanendo sempre la stessa. In Eraclito, cioè, dato uno stato di natura *A*, è vero che "A è" e che "A non è". In questo modo di ragionare, Aristotele (un secolo dopo) vede la negazione del principio di non contraddizione [B.6].

Per Crisippo (filosofo stoico greco del 281-204 a. C.), invece, si conosce solo là dove una tesi (che vorremmo esprimesse conoscenza) si dimostra vera se consegue da un'ipotesi vera come implicazione materiale della stessa. Il metodo di Crisippo è noto come *modus ponendo ponens* (o anche, in forma più sintetica, come *modus ponens*) e venne per molto tempo detto *sillogismo degli stoici* e fu abbondantemente usato nel Medio Evo dagli Scolastici come criterio di argomentazione rigoroso. Esso consiste in ciò: Siano *P* e *Q* due *formule ben formate* [ricordo che una formula ben formata, in logica, è o una proposizione atomica o una composizione di proposizioni atomiche legate correttamente e in modo sensato dalle operazioni logiche di « \neg », « \vee », « \wedge », « \rightarrow » e dalle parentesi in coppia « () »], e sia *P* un'ipotesi e *Q* una tesi. Allora, se *P* è vera e si riesce a dimostrare che da *P* consegue *Q*, si può affermare anche che *Q* è vera. Usando il simbolismo moderno della logica matematica si ha:

$$[P \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow Q.$$

Questa espressione logica definisce esattamente il metodo per dimostrare i teoremi della Matematica. [B.2], [B.5], [B.6]

In ogni tempo troviamo studiosi con proprie definizioni sulla conoscenza, più o meno esplicite.

Il cristianesimo porta una nuova idea di conoscenza: *la conoscenza è fede in Dio e amore*. Si può manifestare compiutamente conoscenza di Dio e della vita solo nella disponibilità ad accogliere il proprio stato di ignoranza, espressione della potenza di Dio e della debolezza degli uomini, di fronte al mistero della vita stessa (S. Agostino) [B.4 e B.5]; tutto il resto è nozione e oscuro moto della mente nel caos della natura.

È in Galileo Galilei e in Bacone che l'idea di conoscenza diventa molto più tecnica. Nasce il *concetto di conoscenza scientifica*. Tra Galilei e Bacone vi sono molte affinità, tuttavia qui espongo il pensiero galileiano perché Galilei ha dimostrato, più di Bacone, che le sue idee erano il risultato di una applicazione coerente sotto l'aspetto sperimentale e che *l'esperimento è procedura riproducibile e controllabile*. Per Galilei [B.7] la conoscenza scientifica si basa su quanto segue: 1) In natura vi sono regole ben determinate; 2) le leggi di natura sono scritte in linguaggio matematico; 3) è possibile trovare queste regole; 4) il metodo per poterle trovare è quello sperimentale; 5) l'esperimento deve essere oggettivo, cioè riproducibile *n* volte nelle stesse condizioni, e deve dare a parità di condizio-

ni lo stesso risultato, indipendentemente dall'osservatore. Si può ben veder la differenza di contenuti tra questa definizione e quella di Aristotele (si rifletta: in Aristotele l'esperimento non è così ben precisato nel metodo come invece è in Galilei).

Per Cartesio (Descartes – 1596-1650) *la conoscenza è idea chiara e distinta, evidenza inconfutabile* di questo mondo e tutta la scuola matematica ha almeno in un primo tempo aderito a questa tesi. Nella tesi cartesiana appare il concetto di evidenza (*Cogito ergo sum*). Ma le evidenze, fuori da certi ambiti sono tutte da provare. Una critica al concetto di *conoscenza come evidenza* fu data da Poincaré, il quale dichiarò esplicitamente che ciò che è evidente, in realtà, è semplicemente «chiodo» ben piantato dove appendere le nostre certezze. Ma le evidenze dipendono dai punti di vista e quindi i chiodi sono tanti; ognuno ha il suo. Sempre viene minata la pretesa di oggettività. [Segue al numero 84]

Bibliografia: [B.1] Platone, Tutte le opere, ed. Sansoni, 1974, Firenze; [B.2] L. Geymonat, Storia del pensiero filosofico e scientifico, Vol. 1°, Garzanti ed., 1970, Milano; [B.3] P. Zellini, Breve storia dell'infinito, editore Adelphi, 2001, Milano; [B.4] L. Corso, Pitagora e i pitagorici, MatematicaMente n. 43 luglio 2001, ed Mathesis VR; [B.5] C. Boyer, Storia della Matematica, ed. Mondadori, 1987, Milano; [B.6] F. Tarroini, Preludio alla logica e alle sue applicazioni, ed. La Mandragora, 2004, Bologna; [B.7] L. Corso, I postulati di Galileo, MatematicaMente n. 1 gennaio 1998, ed Mathesis VR

Esame di Stato della 5^a F informatica

ITIS G. Marconi di Verona

3^a prova: statistica e R.O.

[Segue dal n. 80] Correzione del quesito n. 2: Siamo in presenza di una verifica d'ipotesi. Il problema prevede due distinti tipi di indagine considerando il caso in cui il direttore sia corretto e il caso in cui si abbia, invece, il sospetto che bari.

1° caso: non vi sono ragioni per sospettare dell'onestà del direttore:

$$\begin{cases} H_0 : p = 0,16 \\ H_1 : p \neq 0,16 \end{cases} \quad \text{il test è a due code.}$$

Su $N_2(0,1)$ in corrispondenza di due code con $\alpha/2 = 0,025$ troviamo i valori $-1,96$ e $+1,96$. Quindi la regione di accettazione dell'ipotesi H_0 , sull'asse reale, è l'intervallo $[-1,96 ; +1,96]$ in \mathbf{R} ; mentre la regione di rigetto di H_0 è la regione complementare a questa in \mathbf{R} .

Calcoliamo lo *z* sperimentale:

$$z = \frac{f - p}{\sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}} = \frac{0,12 - 0,16}{\sqrt{\frac{0,16 \cdot 0,84}{500}}} = -2,5.$$

Conclusione: poiché il valore calcolato cade fuori della regione di accettazione dell'ipotesi H_0 , rigetto tale ipotesi e concludo che non ci sono buone ragioni per credere a quanto dichiarato dal direttore.

2° caso: vi sono ragioni per sospettare dell'onestà del direttore:

$$\begin{cases} H_0 : p = 0,16 \\ H_1 : p < 0,16 \end{cases} \quad \text{il test è a una coda.}$$

Su $N_2(0,1)$ in corrispondenza di una coda sinistra con $\alpha = 0,05$ troviamo il valore $-1,646$. Quindi la regione di accettazione dell'ipotesi H_0 , in \mathbf{R} , è data dall'intervallo $[-1,646 ; \infty]$; men-

tre la regione di rigetto di H_0 è la regione complementare a questa in \mathbf{R} .

Lo z sperimentale è identico a quello calcolato sopra: $z = -2,5$. Conclusione: poiché il valore calcolato cade fuori della regione di accettazione dell'ipotesi H_0 , rigetto tale ipotesi e concludo che non ci sono buone ragioni per credere a quanto dichiarato dal direttore.

Sulla natura dello spazio-tempo: le zero-brane

di Paolo Di Sia (*)

Con la relatività ristretta di Einstein spazio e tempo vengono connessi in modo inscindibile; il moto di un corpo nello spazio influenza anche il suo passaggio nel tempo. Con la relatività generale la forza gravitazionale diventa mediatrice della "forma" dello spaziotempo. Le fluttuazioni quantistiche, che risultano determinanti a livello ultramicroscopico, alterano la trama dello spaziotempo e questo ha condotto un settore della fisica teorica delle alte energie alla teoria delle stringhe. Tale teoria implica uno spaziotempo diverso dalle nostre idee comuni, con caratteristiche molto particolari, come un numero maggiore di dimensioni, alcune delle quali "arrotolate" a formare microspazi particolari, i quali possono subire incredibili trasformazioni (come "bucarsi", "strapparsi", "autorammendarsi"). Una modalità di raffigurazione dello spaziotempo è quella di "visualizzarlo" come una sorta di tessuto materiale che costituisce l'universo; sono immagini che risultano assai esplicative, ma non forniscono risposte definitive sulla sua vera essenza. Tra le tante domande aperte concernenti questi ambiti, una coinvolge lo stesso modello geometrico di spaziotempo, modello fondamentale sia in relatività generale sia nella teoria delle stringhe: risulta infatti tale modello un "artificio" per descrivere le relazioni spaziali e temporali tra vari punti dell'universo, o è piuttosto qualcosa di reale in cui siamo veramente immersi?

La teoria delle stringhe suggerisce in tal senso una risposta, che riguarda il campo gravitazionale. Esso è formato da un enorme numero di gravitoni, i quali nella teoria di stringa risultano essere stringhe che vibrano in un particolare modo. I campi gravitazionali sono codificati all'interno della curvatura dello spaziotempo; questo porta ad identificare la trama dello spaziotempo con un insieme enorme di stringhe che vibrano nello stesso modo. Le stringhe formerebbero perciò i "fili" della trama dell'universo (tali congetture sono ancora in fase di comprensione e aggiustamento). Viene da chiedersi se esiste una "materia prima" della trama del cosmo, una configurazione di stringhe che non si sono ancora riunite nella forma organizzata conosciuta come spaziotempo. Si noti che risulta impreciso per vari aspetti parlare di "stato primigenio", poiché ciò presuppone sia la nozione di spazio, sia quella di tempo. Anche il concetto di "prima che le stringhe si mettano a vibrare" diventa in tal senso di difficile gestione. L'idea di fondo comunque è che le singole stringhe possano essere viste come "scampoli" di spaziotempo e danno luogo alle idee convenzionali di spazio e tempo quando si mettono a vibrare in uno stato coerente (cioè in modo coordinato). Se la teoria delle stringhe arriva a dare origine alle nozioni convenzionali di spazio e tempo (forse partendo addirittura da una situazione precedente al Big Bang), ciò mostrerebbe che spazio e tempo non sono concetti che entrano nella definizione stessa di universo, ma nozioni utili per una sua descrizione. Ricerche avanzate sulla teoria-M (la "Teoria Madre", come alcuni la definiscono, frutto della seconda rivoluzione delle superstringhe, teoria che unifica le precedenti teorie delle stringhe in un unico quadro concettuale onnicomprensivo) sembrano prevedere uno spaziotempo a 11 dimensioni. Molti aspetti sono ancora oscuri, ma si ipotizza l'esistenza di zero-brane (le brane sono oggetti estesi che compaiono nelle teorie di stringa; le 1-brane sono stringhe (oggetti unidimensionali), le 2-brane sono membrane

(oggetti bidimensionali), le 3-brane sono oggetti con 3 dimensioni spaziali e così via). Si tratta dei probabili costituenti di base della teoria, oggetti che si comportano in un certo senso come particelle puntiformi alle grandi scale, ma con proprietà diverse a livello microscopico. Alla scala di Planck le nozioni comuni di spazio e tempo perdono significato. La zero-brana lascia aperta una piccola finestra sulle situazioni assai particolari che si incontrano alla lunghezza di Planck.

(*) disia@sci.univr.it

PRELUDIO ALLA LOGICA

Abbiamo ricevuto e letto con interesse il libro di Fulvio Tarroni dal titolo *Preludio alla logica e alle sue applicazioni – editrice La Mandragora – 2004 – Imola (BO)*. Il testo risulta essere una dettagliata premessa alla moderna logica matematica e può diventare un supporto didattico importante per tutti coloro che avessero interesse a studiare questa disciplina, spesso talmente formalizzata da ostacolare ogni tentativo di approfondirne i contenuti e da svilire la buona volontà di apprendimento di studenti o interessati.

Il testo presenta anche in modo semplice alcune applicazioni della logica, prevalentemente legate ai circuiti di commutazione. È dato anche spazio alla logica *fuzzy* recentemente impostasi all'attenzione degli studiosi grazie ai risultati confortanti che sono stati ottenuti per suo merito in numerose applicazioni industriali. Il libro costa 14 € e presenta 162 figure, 88 tabelle, 114 esempi.
e-mail: info@editricelamandragora.it

Uno, due, molti

L'operazione del contare – è noto – è una delle operazioni più difficili che esistono. È una caratteristica della specie *Homo sapiens sapiens* aver raggiunto la semplice e incisiva tecnica del contare che tutti conosciamo. A partire da un punto fisso, l'unità, mediante la semplice operazione dell'aggiunta di una unità al gruzzolo già esistente si può assegnare un numero a un qualsiasi insieme di oggetti e tale numero rappresenta la quantità dell'insieme considerato; cioè si può contare una quantità grande quanto si vuole di individui appartenenti a una classe. Ci sono poi tecniche di conteggio sofisticatissime che il calcolo combinatorio ha sistemato per migliorare l'efficienza del contare.

Nessuno avrebbe immaginato che un popolo della Terra, nella foresta amazzonica, i Piraha, non avesse raggiunto una sufficiente conoscenza dei numeri e la capacità di contare gli oggetti di un insieme. Su "La Repubblica" del 23-08-04 – pag. 15 – viene riportato il contenuto di un articolo di "Science" di agosto dove viene presentata la scoperta fatta da due antropologi, Peter Gordon (psicologo cognitivo) e Daniel Everett (antropologo linguista), dell'Università di Manchester i quali, studiando i linguaggi primitivi esistenti nel mondo, si sono imbattuti in questa strana e incredibile scoperta: i Piraha hanno un linguaggio assai primitivo, costituito di poco parole e usano solo tre indicatori di quantità: uno, due, molti.

Sarebbe molto interessante capire bene se la notizia descrive un dato reale, oppure è una cattiva interpretazione dei metodi di conteggio in possesso di questo popolo. Quanto esposto dalle agenzie di stampa non consente di chiarire con precisione quale sia il problema. Alcune agenzie parlano di sistema numerico basato solo su tre indicatori di numero, altre parlano di "cifre".

Saper contare non richiede la padronanza del concetto di numero, bensì la padronanza dell'automatismo che consente di passare da un numero a un altro (mediante quello che noi oggi chiamiamo "mappa del successore", termine peraltro ignoto alla maggioranza di coloro che usano i numeri). Attendiamo che sia chiarita questa stranezza osservata in un popolo della Terra. (G. Breoni)