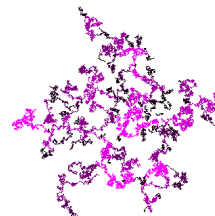


MatematicaMente



Publicazione mensile della sezione veronese della MATHESIS – Società Italiana di Scienze Matematiche e Fisiche – Fondata nel 1895 – Autorizzazione del Tribunale di Verona n. 1360 del 15 – 03 – 1999 – I diritti d'autore sono riservati. Direttore: Luciano Corso - Redazione: Luciano Corso, Elisabetta Capotosto, Arnaldo Vicentini - Via IV Novembre, 11/b – 37126 Verona – tel e fax (045) 8344785 – 338 6416432
e-mail: lcorso@iol.it – Stampa in proprio - Numero 99 – gennaio 2006

DISCRETO E CONTINUO

di Ruggero Ferro

[Segue dal n. 98]

Misure contando

Nei vari modi di confronto tra grandezze che dipendono da quale tipo di grandezza si considerano, si introduce sempre il concetto di uguaglianza (e anche quello di ordine) tra una grandezza e i multipli interi (tenendo conto di eventuali versi delle grandezze) di un'altra, così si potrà stabilire quando una grandezza è uguale a (o minore di) n volte un'altra, con n numero intero. Una grandezza A è n (n numero naturale) volte una seconda grandezza B se A e B hanno lo stesso verso e A è uguale alla grandezza complessiva di n copie disgiunte di un ente che ha grandezza uguale (incluso il verso) alla grandezza B , mentre una grandezza A è $-n$ (n numero naturale) volte una seconda grandezza B se A ha lo stesso valore assoluto ma verso discorde rispetto alla grandezza complessiva di n copie disgiunte di un ente che ha grandezza uguale (incluso il verso) alla grandezza B . Le definizioni dei confronti tra una grandezza e i multipli di un'altra sono fatte in modo che se una prima grandezza è uguale a i volte un'altra e la seconda è uguale a j volte una terza (i e j numeri interi), allora la prima sarà uguale a ij volte la terza. Se n volte una certa grandezza, con n naturale diverso da 0, è uguale all'unità di misura, quella grandezza viene chiamata n -esima parte dell'unità di misura. Si noti che sicuramente c'è una grandezza che è l' n -esima parte dell'unità di misura, qualunque sia il numero naturale n diverso da 0, altrimenti si starebbe saltando una grandezza ottenibile mediante suddivisioni dall'unità di misura, contro quanto prima osservato riguardo alle conseguenze del continuo di possibilità per le grandezze di un certo tipo. L'esistenza di parti n -esime per qualsiasi numero naturale n diverso da 0 va sotto il nome di infinita divisibilità dell'unità di misura. D'altra parte, però, l'infinita divisibilità è una assunzione meno forte della continuità, come sarà notato in seguito. Se poi una grandezza è uguale a m volte, con m numero intero, un' n -esima parte dell'unità di misura si dirà che questa grandezza è m/n volte l'unità di misura, o anche che si ottiene moltiplicando l'unità di misura per m/n , o che è un multiplo razionale dell'unità di misura.

Con questo metodo si può assegnare a ciascuna di infinite grandezze un particolare numero razionale che esprime un rapporto del tipo descritto con l'unità di misura. L'interesse di attribuire un numero razionale al rapporto tra una grandezza e l'unità di misura sta nella conseguente possibilità di confrontare due qualsiasi grandezze confrontando i corrispondenti numeri razionali, se questi ci sono per quelle grandezze.

Se una grandezza fosse uguale ad un multiplo razionale dell'unità di misura si potrebbe dire di averla misurata contando, nel senso che, per trovare il suo rapporto con l'unità di misura, è sufficiente dividere l'unità di misura in un opportuno numero naturale di parti (cioè contare in quante parti va divisa) e poi considerare un numero intero di tali parti fino ad ottenere qualcosa di uguale alla grandezza data.

Poiché il processo di misura deve terminare, altrimenti non si potrebbe conoscere la misura di una grandezza rispetto all'unità di misura U , segue che per una qualsiasi grandezza A che si possa misurare contando devono sempre esserci due numeri naturali i e j tali che il valore assoluto della grandezza

A se non è nulla è maggiore dell' i -esima parte di U , ed anche il valore assoluto della grandezza A è minore di j volte U : se non fosse così non si terminerebbe mai di suddividere l'unità di misura in parti, o non si terminerebbe mai di considerare un numero sufficiente di parti per ottenere l'intera grandezza da misurare contando. Si dà il nome di archimedeo ad ogni insieme di grandezze in cui succede che date comunque due grandezze esiste un numero naturale n tale che moltiplicando una grandezza per quel numero naturale n si ottiene una grandezza maggiore dell'altra: si noti ancora la rilevanza dei numeri naturali nell'espressione dell'archimedeità.

La possibilità di misurare contando presenta anche l'ulteriore aspetto positivo (già notato per i numeri razionali basati su coppie ordinate di interi, il secondo diverso da 0) aspetto che deriva dalla finitezza di ciascun numero intero (è ottenibile con un numero finito di passi a partire da 0), finitezza che convince circa la comprensibilità e la dominabilità dei singoli numeri naturali e razionali, e di conseguenza della possibilità di apprezzare effettivamente una grandezza rapportandola alla grandezza nota usata come unità di misura. Si noti che la finitezza di ciascun numero naturale consente di indicarlo esattamente attraverso il linguaggio mediante un'espressione finita (cioè che ha termine), eventualmente ripetendo, per un numero sufficiente di volte, che si deve considerare il successore di un numero precedentemente descritto, il tutto a partire da zero. L'adeguatezza del linguaggio in questa circostanza permette di aver fiducia che la comunicazione attraverso il linguaggio porti l'ascoltatore a cogliere esattamente ciò che l'oratore intende.

Se ciascuna grandezza di un certo tipo fosse indicabile mediante un rapporto razionale rispetto ad una unità di misura per quel tipo di grandezze, si potrebbe dire di aver ridotto il misurare al contare.

Era anche convinzione della scuola pitagorica che si potesse misurare contando, convinzione espressa nel suo proclamare che tutto è numero (naturale) o riconducibile a numero, che tutte le grandezze potessero essere commisurate con una unità di misura mediante numeri razionali, come sopra esposto. Però, purtroppo questa convinzione non ebbe vita lunga perché nella stessa scuola pitagorica ci si accorse che non tutte le grandezze possono avere un rapporto razionale con l'unità di misura, cioè, come si dice, sono commensurabili: ci sono grandezze incommensurabili con l'unità di misura. Questo risultato è fondamentale per l'intero sviluppo della matematica, e vale la pena richiamarlo con una certa attenzione.

[Segue al numero 100]

IL TEMPO, L'UOMO, DIO: RIFLESSIONI

di Paolo Di Sia (*)

Il tempo, l'esistenza, la morte

Il problema del tempo è uno dei problemi fondamentali dell'esistenza umana; possiamo dire che ancor prima di essere oggetto di indagine filosofica, costituisce il problema di sempre dell'uomo, poiché in modo anche non consapevole è intrinsecamente legato al nostro vivere. Dal punto di vista della filosofia esistenzialistica coinvolge anche il problema del "destino" dell'uomo, problema coinvolto solo indirettamente dalla filosofia matematica e naturalista. È infatti nel tempo che si realizza il "destino" dell'esistenza umana. Al tempo è legato

un doppio significato: da una parte abbiamo la paura, la preoccupazione, che “temporalizzano” l’essere, dall’altra la speranza, il cambiamento prodotto dall’attività creativa. Questo dualismo è intrinseco nella struttura stessa della persona nel senso di unione tra mutevole e immutabile. Il tempo è perciò un cambiamento in due distinte accezioni: come sviluppo di vita e come morte. Il “destino” dell’uomo si compie nel tempo, nel passato e nel futuro; ma questo passato e questo futuro esistono unicamente nel presente. Inoltre il passato può essere considerato sotto un duplice aspetto: il passato esistito e ormai terminato e il passato che ha ancora durata nel presente e che sussiste nella memoria del presente come passato “trasfigurato”. Il rapporto tra le tre dimensioni del tempo coinvolge un altro aspetto esistenziale molto importante: come agire per non far più esistere un passato doloroso e perché un presente amato continui ad esistere e non “muoia” nel passato. Il tempo risulta perciò per certi aspetti un male e il suo trascorrere può essere triste. Questo male consiste nell’impossibilità di assaporare il presente in tutta la sua pienezza per l’impossibilità di liberarsi completamente dalla tristezza del passato e dalla paura del futuro. La gioia di vivere l’istante presente come totale pienezza è sempre negata dal trascorrere del tempo. Senza la perdita di molte cose del passato l’uomo non riuscirebbe a vivere; una memoria totale lo distruggerebbe. Questa necessità di dimenticare il passato denota un male del tempo.

Il dualismo temporale si rende evidente nell’istante presente. L’istante può essere visto come una piccola frazione di tempo, una frazione infinitesima tra il passato e il futuro; ma possiamo vederlo anche come non appartenente al tempo, l’istante che non si può dividere in passato e futuro. Questo problema presenta evidenti agganci alla nostra epoca, dominata dalla tecnica e perciò dalla velocità. Si perde in essa il valore dell’istante, che diviene solo un mezzo per l’istante che segue. Il tempo diventa quindi un tempo “accelerato”, dove l’uomo è proteso verso il futuro e il suo io si decompone in questa velocità temporale perdendo quell’unità che è invece profondamente connessa all’unità dell’attimo indivisibile. Il rapporto tempo-uomo è per certi aspetti paradossale: infatti da una parte la persona è cambiamento, realizzazione nel tempo, dall’altra è immutabilità, unità attraverso il cambiamento, e perciò è danneggiata dal tempo.

Altro problema fondamentale strettamente connesso al tempo è quello della morte. La morte avviene nel tempo, risiede nella vita ed è il suo termine. Nel rapporto tra tempo e infinito, possiamo considerare due accezioni: una quantitativa e una qualitativa. Il tempo visto come infinito quantitativo porta con sé la morte; all’accezione di infinità qualitativa del tempo o eternità, invece, risulta legata la vittoria sulla morte e la guarigione dal male del tempo. L’eternità è al di fuori dell’oggettivazione, poiché nel mondo oggettivato si manifesta solo il tempo quantitativamente infinito, il tempo divisibile. Viceversa il tempo non oggettivato non risulta essere un tempo numerico. Perciò l’intensità della nostra vita interiore può cambiare il carattere del tempo; il tempo che può accelerare o rallentare in rapporto alla ricchezza di vita non ha carattere matematico. Due tra i più grandi problemi dell’uomo, e cioè il problema del fondamento e quello del futuro, sono entrambi inseparabilmente legati al tempo e ci rivelano il tempo come intimo “destino” dell’uomo. L’esistenza umana è immersa nel tempo; l’origine e la sua conclusione sembrano oltrepassarlo.

Il tempo e Dio: eternità e totalità

Secondo la dottrina cristiana, Dio è eterno. Se riflettiamo sull’aggettivo “eterno”, possiamo considerare di esso almeno due accezioni distinte: “che dura per sempre” e “senza tempo”. Il tempo si contrae o si dilata seguendo determinate leggi matematiche e assieme allo spazio esprime l’attività del campo gravitazionale. È perciò, come la materia, coinvolto nei processi fisici. Quindi un Dio calato nel tempo, come risulterebbe nella prima accezione, si troverebbe coinvolto nel funzionamento dell’universo fisico. L’onnipotenza di Dio cadreb-

be, se fosse sottoposta alla fisica del tempo, né sarebbe il creatore dell’intero universo, se non avesse creato anche il tempo. Per quanto concerne la seconda accezione, il concetto di un Dio atemporale risale almeno a **s. Agostino**, secondo cui Dio è stato il creatore anche del tempo. Anche **s. Anselmo** sostenne l’esistenza di Dio al di fuori del tempo. Secondo questa accezione non sorgono i problemi precedenti, anche se possono nascere altre difficoltà, come ad esempio le modalità di azione di Dio sul mondo. Riguardo a tali difficoltà si sono espressi alcuni teologi moderni, tra cui **Paul Tillich** (ad esempio nell’opera “Teologia Sistemática”) e **Karl Barth** (nell’opera “Dogmatica Ecclesiale”).

Il concetto di Dio come “**Totalità**” completa e chiusa sembra venire contraddetto dal fatto che viviamo nel tempo, proiettati verso un futuro che può accrescere il nostro passato. Può quindi risultare contraddittoria una concezione di totalità chiusa come “tutto compiuto in atto”, ma non lo è quella di totalità come “divenire”. Una concezione di Dio come “futuro assoluto”, ma non preordinato, non risulta in contraddizione; questa concezione è stata condivisa dal teologo **Karl Rahner**.

Sono fondamentalmente due le concezioni della totalità che seguono questa direzione: “Dio-Evoluzione” e “Dio-Speranza”.

Il gesuita **Pierre Teilhard De Chardin** ha considerato il concetto di Dio come “Dio-Evoluzione”. La pienezza viene raggiunta mediante la collaborazione di ogni uomo. C’è perciò bisogno di una risposta attiva da parte di ogni persona. Tale risposta risulta essere per lui la fede, una fede non solo intellettuale, ma che riguarda anche l’azione, che darebbe una nuova direzione all’intera vita della persona. L’uomo perciò non solo sceglie, ma anche aiuta a compiere l’unità del cosmo verso la pienezza futura.

Jürgen Moltmann, nel suo testo “Teologia della Speranza”, considera Dio come “Dio-Speranza”. Per lui, infatti, il futuro contiene qualcosa di non accaduto, non rivela solo ciò che c’è; si esprime attraverso fatti unici ed irripetibili, che possono essere sorprendentemente nuovi.

In relazione al tema della speranza, è anche interessante considerare il rapporto tra la speranza intesa come trascendenza verso l’alto e quella intesa come trascendenza verso l’avanti. In proposito il filosofo marxista ateo **Ernst Bloch** ha esercitato un notevole influsso su alcuni teologi cristiani. Egli presenta il messianismo biblico richiamando l’attenzione sulla dimensione escatologica della fede cristiana, la dimensione del **futuro**. Per lui i marxisti, parlando di materialismo, non hanno considerato a sufficienza il fatto che la materia non è qualcosa di preconstituito e statico. La realtà è invece un “non-ancora” radicale, un’apertura su nuove possibilità. Riferendo queste considerazioni all’uomo, egli è, al massimo grado, l’essere come poter essere, un progetto; la sua categoria tipica è perciò la speranza. Bloch rimane sostanzialmente nel solco tracciato da Marx, ma ha certamente indicato una direzione, seguita fruttuosamente da alcuni pensatori cristiani.

Anche la riflessione teologica attuale ricerca nuovi modi di concepire Dio, i quali, intersecando inevitabilmente le categorie spazio-temporali, ci consentono di penetrare in maniera sempre più profonda nelle stesse. [Segue al numero 103]

Il nuovo Consiglio Nazionale Mathesis

Il Consiglio Nazionale della MATHESIS – costituito da Giordano Bruno (Roma), Carmelo Campagna (Bergamo), Ferdinando Casolaro (Napoli), Luciano Corso (Verona), Sergio De Nuccio (Campobasso), Franco Eugeni (Teramo), Giuseppe Isernia (Barletta BA), Andrea Laforgia (Barletta BA), Domenico Lenzi (Lecce), Antonio Maturo (Pesca-
ra), Fabio Mercanti (Brescia) – ha rinnovato le sue cariche rappresentative. Esse sono:

- Presidente: Andrea Laforgia (3° Università degli Studi di Roma);
- Vicepresidente: Domenico Lenzi (Università degli Studi di Lecce);
- Segretario: Antonio Maturo (Università degli Studi di Chieti).

Presidente e Vicepresidente sono stati eletti con 8 voti favorevoli, 2 contrari e un astenuto; il Segretario ha ricevuto l’unanimità dei consensi. Buon lavoro al nuovo Consiglio e al suo Presidente.